Filozofia Nauki
Rok II, 1994, Nr 3-4(7-8)

ARCHIWUM

Jan Łukasiewicz, Franciszek Smolka, Stanisław Leśniewski *et al.*

U źródeł logiki trójwartościowej

Głównego tekstu, który poniżej przypominamy, nie ma na liście prac Jana Łukasiewicza, zamieszczonej w jego pismach wybranych ***Z zagadnień logiki i filozofii*** *(PWN, Warszawa 1961). Nie wspomina o nim także Jan Woleński — ani w swej podstawowej monografii o* ***Filozoficznej Szkole Lwowsko-Warszawskiej*** *(PWN, Warszawa 1985), ani we wstępach do wznowienia rozprawy Łukasiewicza* ***O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa*** *(PWN, Warszawa 1987) i do przekładu polskiego* ***Sylogistyki Arystotelesa z punktu widzenia współczesnej logiki formalnej*** *(PWN, Warszawa 1988). Stało się tak być może dlatego, że tekst ten ukazał się w 1939 roku (****Nauka Polska****, XXIV, 1939, s. 215-223) — i umknął uwadze także ówczesnych czytelników: nadciągała wtedy z Zachodu i Wschodu burza, która nie tylko odebrała niepodległość Państwu, lecz i obróciła w trudną do odbudowania ruinę jego intelektualne fundamenty.*

*Streszczenie referatu Łukasiewicza „Geneza logiki trójwartościowej" (i dyskusji wokół tego referatu) poprzedzamy przedrukiem streszczenia odczytów Łukasiewicza „O wartościach logicznych" (****Ruch Filozoficzny****, I, 1910/1911, 3, s. 52), „Zagadnienie prawdy" (tamże, 8, s. 161-162) i „Nowa teoria prawdopodobieństwa" (****Ruch Filozoficzny****, III, 1913, 2, s. 22b), dwóch cytowanych w „Genezie logiki trójwartościowej",*

*także trudno dostępnych, autoreferatów „O pojęciu możliwości" i „O logice trójwartościowej" (**Ruch Filozoficzny**, V, 1919/1920, 9, s. 169a-171a), a także streszczenie wiążącego się z nimi referatu Franciszka Smolki „Paradoksy logiczne a logika trójwartościowa" (tamże, s. 171a-171b).*

Wspólny tytuł tych tekstów — oraz wszystkie przypisy i wstawki w nawiasach kwadratowych — pochodzą od nas.

*Dziękujemy Redakcjom **Nauki Polskiej** i **Ruchu Filozoficznego** za uprzejmą zgodę na przedruk.*

Redakcja

1. Jan Łukasiewicz

O wartościach logicznych (1910)

Wartościami logicznymi prelegent nazywa prawdziwość, fałszywość i prawdopodobieństwo. Wartości logiczne są wielkościami i można je obliczać. Prelegent przedstawił swój pogląd na istotę sądów prawdopodobnych i podał odkryte przez siebie prawo wartości logicznych: „Wartość logiczna racji nie może być większa od wartości logicznej następstwa".

2. Jan Łukasiewicz

Zagadnienie prawdy (1911)

[Referent] poruszył trzy punkty zagadnienia: pojęcie prawdy, kryterium prawdy, stosunek prawdy do nauki. Przez prawdę rozumie referent sąd, który odtwarza fakty istnienia lub nieistnienia. Żadnego kryterium prawdy nie można udowodnić. Nie wszystkie prawdy należą do nauki, lecz tylko te, które powiązane stosunkami logicznymi tworzą syntezy naukowe.

3. Jan Łukasiewicz

Nowa teoria prawdopodobieństwa (1912)

Prelegent poddał krytyce obiektywne i subiektywne teorie, odpowiadające na pytanie, czym jest prawdopodobieństwo i czym się mierzy, po czym wyłożył podstawy własnych w tych kwestiach poglądów, zaznajomiwszy słuchaczów uprzednio z pojęciem sądu nieokreślonego (zawierającego termin zmienny, np. „x jest człowiekiem", i zmiennej logicznej (owo właśnie x). Sąd taki reprezentuje grupę sądów, jakie otrzymujemy wstawiając zamiast x pewną jego wartość (np. w powyższym sądzie „x jest człowiekiem" — pewne indywiduum ludzkie). Każdy z tych otrzymanych sądów jest albo prawdziwy, albo fałszywy (a więc nie jest prawdopodobny), sam sąd nieokreślony jednak może być albo prawdziwy — gdy wszystkie podstawienia za x dadzą sądy prawdziwe, albo fałszywy — gdy wszystkie podstawienia dają sądy fałszywe, albo też ani prawdziwy, ani fałszywy — gdy niektóre tylko podstawienia dają prawdę, inne fałsz. Prawdopodobnym może być tylko sąd nieokreślony; stopień jego

prawdopodobieństwa mierzy się stosunkiem podstawień za zmienną, sprawdzających sąd, dających prawdę, do wszystkich podstawień. Stopień prawdopodobieństwa sądu nieokreślonego jest jego wartością logiczną. Wahać się ona może od 0 (sąd fał[szywy]) do 1 (sąd prawdz[iwy]) poprzez ułamki (sąd prawdopodobny). Prelegent demonstruje szereg praw, tyczących się rachowania wartościami logicznymi. Wiele z tych praw okazuje się znanymi prawami teorii prawdopodobieństwa (zas[ada] prawd[opodobieństwa] prostego, złożonego).

4. Jan Łukasiewicz

O pojęciu możliwości (1920)

Analizę logiczną pojęcia możliwości prelegent oparł na zbadaniu związków logicznych, zachodzących wśród grupy następujących 6-ciu zdań: *S* jest *P*, *S* nie jest *P*, *S* może być *P*, *S* nie może być *P*, *S* może nie być *P*, *S* nie może nie być (czyli musi być) *P*. W sprawie związków logicznych, zachodzących wśród tych zdań, możliwe są trzy poglądy.

(1) Jeżeli prawdą jest, że *S* musi być *P*, to prawdą jest, że *S* jest *P*, i jeżeli prawdą jest, że *S* nie może być *P*, to prawdą jest że *S* nie jest *P*. Przyjmując, że wśród danych zdań obok tych związków nie zachodzą żadne inne, od nich niezależne, stoimy na stanowisku logiki tradycyjnej.

(2) Obok związków, wymienionych pod (1), zachodzą jeszcze następujące: Jeżeli prawdą jest, że *S* jest *P*, to prawdą jest, że *S* musi być *P*, i jeżeli prawdą jest, że *S* nie jest *P*, to prawdą jest, że *S* nie może być *P*. Pogląd ten muszą przyjąć ci, którzy za niemożliwe uważają to, co zawiera sprzeczność, a za konieczne to, czego zaprzeczenie zawiera sprzeczność (Leibniz). Pogląd ten odpowiada ontologicznemu determinizmowi.

(3) Obok związków, wymienionych pod (1), zachodzą jeszcze następujące: Jeżeli prawdą jest, że *S* może być *P*, to prawdą jest, że *S* może nie być *S*, i na odwrót, jeżeli prawdą jest, że *S* może nie być *P*, to prawdą jest, że *S* może być *P*. Pogląd ten odpowiada ontologicznemu determinizmowi i wyznają go ci, którzy przyjmują pojęcie «czystej» czyli «obustronnej» możliwości, według której tylko to być może, co nie musi być (Arystoteles).

Wszystkie te trzy rodzaje związków posiadają, zdaniem prelegenta, znaczną oczywistość, jakkolwiek wzięte razem, prowadzą do licznych sprzeczności. Sprzeczności te uwidocznia tabelka (0 znaczy fałsz, 1 [—] prawda):

S jest *P*	0	1	—
S nie jest *P*	1	0	—
S może być *P*	0	—	1
S nie może być *P*	1	—	0
S może nie być *P*	—	0	1
S nie może nie być *P*	—	1	0

Tabelka ta jest tak ułożona, że wszystkie związki, wyliczone pod (1), (2) i (3), są spełnione; w miejscach pustych, zaznaczonych kreskami, nie można jednak położyć ani 0, ani 1, bo w obu razach powstaje sprzeczność. (Np. w pierwszej kolumnie jeżeli „*S* może nie być *P*" jest 0, to „*S* nie może nie być *P*" jest 1, a wtedy na mocy związku 1-go i „*S* jest *P*, które tu jest 0, musiałoby być 1; jeżeli zaś „*S* może nie być *P*" jest 1, to na mocy związku 3-go i „*S* może być *P*", które tu jest 0, musiałoby być 1.) Sprzeczności te można usunąć, przyjmując, że obok prawdy i fałszu istnieje trzecia jeszcze wartość logiczna zdań. Tę trzecią wartość prelegent nazywa „możliwością" i oznacza cyfrą 2. Rozróżnia więc obok zdań prawdziwych i fałszywych i takie zdania, które nie są ani prawdziwe, ani fałszywe, lecz tylko «możliwe». Zapełniając w tabelce miejsca puste «dwójkami», otrzymujemy całość prawidłową i niesprzeczną. Atoli stoimy już wówczas nie na gruncie logiki arystotelesowej, lecz mamy przed sobą jakąś nową logikę, nie arystotelesową, którą by można nazwać „logiką trójwartościową".

5. Jan Łukasiewicz

O logice trójwartościowej (1920)

Logika Arystotelesa, przyjmując, że każde zdanie jest albo prawdziwe, albo fałszywe, odróżnia tylko dwa rodzaje wartości logicznych, prawdę i fałsz. Oznaczając prawdę przez 1, fałsz przez 0, tożsamość przez =, a wynikanie przez <, można wszystkie prawa logiki arystotelesowej wyprowadzić z następujących zasad i definicji:

(I) Zasady tożsamości fałszu, tożsamości prawdy oraz różności prawdy i fałszu: $(0 = 0) = 1$, $(1 = 1) = 1$, $(0 = 1) = (1 = 0) = 0$.

(II) Zasady wynikania: $(0 < 0) = (0 < 1) = (1 < 1) = 1$, $(1 < 0) = 0$.

(III) Definicje zaprzeczania, dodawania i mnożenia: $a' = (a < 0)$, $a + b = [(a < b) < b]$, $ab = (a' + b')'$.

W definicjach tych a i b są to zmienne, mogące przybierać tylko dwie wartości, 0 lub 1. Wszystkie prawa logiczne, wyrażone w zmiennych, można sprawdzać, podstawiając w miejsce liter znaki 0 lub 1; np.: $(a = 1) = a$ jest prawdą, bo $(0 = 1) = 0$ i $(1 = 1) = 1$.

Logika trójwartościowa jest systemem logiki niearystotelesowej, przyjmuje bowiem, że oprócz zdań prawdziwych i fałszywych istnieją jeszcze zdania, które nie są ani prawdziwe, ani fałszywe, a więc, że istnieje jeszcze trzecia wartość logiczna. Tę trzecią wartość interpretować możemy jako «możliwość», a oznaczyć możemy ją przez

2. Chcąc stworzyć system logiki trójwartościowej, trzeba uzupełnić zasady, dotyczące 0 i 1, przez zasady, dotyczące 2. Można to uczynić w rozmaity sposób; system, który prelegent przyjmuje w obecnej fazie swych badań, a który najmniej odbiega od logiki «dwuwartościowej», jest następujący.

(I) Zasady tożsamości: $(0 = 2) = (2 = 0) = (1 = 2) = (2 = 1) = 2$, $(2 = 2) = 1$.

(II) Zasady wynikania: $(0 < 2) = (2 < 1) = (2 < 2) = 1)$, $(2 < 0) = (1 < 2) = 2$.

Wymienione powyżej zasady, dotyczące 0 i 1, oraz definicje zaprzeczania, dodawania i mnożenia pozostają w logice trójwartościowej bez zmiany, z tą różnicą, że zmienne a i b mogą przybierać trzy wartości, 0, 1 i 2.

Prawa logiki trójwartościowej są w części różne od praw logiki dwuwartościowej. Niektóre prawa logiki arystotelesowej są w logice trójwartościowej tylko «możliwe», jak np. zasada sylogizmu w sformułowaniu zwyczajnym: $(a < b)\ (b < c) < (a < c)$ {prawdziwa jest natomiast zasada sylogizmu w sformułowaniu $(a < b) < [(b < c) < (a < c)]$}, zasada sprzeczności $aa' = 0$, wyłączonego środka $a + a' = 1$, itd. Niektóre prawa logiki dwuwartościowej są w logice trójwartościowej fałszywe, między innymi prawo: $(a = a') = 0$, albowiem dla $a = 2$, zdanie $a = a'$ jest prawdą. Fakt ten sprawia, że w logice trójwartościowej nie istnieją antynomie.

Prelegent sądzi, że logika trójwartościowa ma przede wszystkim znaczenie teoretyczne jako pierwsza próba stworzenia systemu logiki niearystotelesowej. Czy i jakie znaczenie praktyczne posiadać będzie ten nowy system logiki, to okaże się dopiero wtedy, gdy w świetle nowych praw logicznych przeprowadzone zostanie dokładne zbadanie zjawisk logicznych, występujących zwłaszcza w naukach dedukcyjnych, i gdy będzie można porównać z doświadczeniem konsekwencje indeterministycznego poglądu na świat, będącego metafizycznym podłożem nowej logiki.

6. Franciszek Smolka

Paradoksy logiczne a logika trójwartościowa (1920)

Prelegent sądzi, że nie ma jeszcze warunków, aby można było obok logiki dwuwartościowej postawić nowy trójwartościowy system logiki. Koniecznym do tego byłoby okazać, że istnieją zdania, które wbrew zasadzie wyłączonego środka nie są ani prawdziwe, ani fałszywe, a mimo to posiadają pewną wartość logiczną. Tzw. «zdania możliwe», którym prof. Łukasiewicz taką trzecią wartość logiczną przypisuje, warunku tego nie spełniają, gdyż są zawsze albo prawdziwe, albo fałszywe. Z tego powodu można idei logiki trójwartościowej przyznać jedynie znaczenie problemu, domagającego się dopiero rozwiązania. Jako problem zaś logika trójwartościowa wchodzi w szczególnie bliski stosunek do problemu paradoksów logicznych. Paradoksy logiczne bowiem polegają na rzekomo wolnej od zarzutu konstrukcji pewnych przedmiotów takich, iż można o nich orzec dwa sądy sprzeczne a równoważne. Kto więc ufa prawidłowości konstrukcji paradoksów i dowodowi równoważności sprzecznych sądów paradoksalnych, ten może przypuścić, że oba takie zdania nie są ani prawdziwe, ani fałszywe, lecz posiadają

ową postulowaną przez logikę trójwartościową trzecią wartość logiczną. W ten sposób można by uważać oba problemy za rozwiązane: zdaniom paradoksalnym przyznałoby się trzecią wartość logiczną, a z drugiej strony okazałoby się, że istnieją zdania, które tę wartość logiczną posiadają.

Prelegent przestrzega przed takim zbyt łatwym załatwieniem się z tymi tak doniosłymi problemami logicznymi i stawia tezę wprost przeciwną [—] zupełnej niezależności obu problemów. W celu udowodnienia tej tezy podaje próbę rozwiązania paradoksów logicznych na przykładzie paradoksu zbiorów, wykazującą, że konstrukcja przedmiotu paradoksalnego nie jest prawidłowa, bo opiera się na mylnym uważaniu pewnej zmiennej za stałą. W ten sposób nie tylko tzw. przedmioty paradoksalne tracą byt logiczny, lecz i sprzeczne zdania paradoksalne nie są już równoważne. Przechodząc z kolei do problemu logiki trójwartościowej, podaje prelegent nową koncepcję trzeciej wartości logicznej, przyznając ją zdaniom nieokreślonym takim, jak „*A* stoi", gdzie czas nie jest określony. Takich nieokreślonych wartości funkcji zdaniowej „*A* stoi w czasie t_x", które staję się zdaniami prawdziwymi lub fałszywymi, gdy się zmienną t_x zastąpi jakąś jej określoną wartością t_k, nic uważano dotychczas za zdania w znaczeniu logicznym. Rozszerzając system logiki przez przyjęcie doń trzeciej wartości logicznej, możemy tak uogólnić pojęcie zdnia, aby zakres jego obejmował także podobne nieokreślone wartości funkcji zdaniowej.

[* * *]

W dyskusji zabierali głos p. [Kazimierz] Ajdukiewicz, [Tadeusz] Czeżowski, [Jan] Łukasiewicz, [Kazimierz] Twardowski i prelegent.

7. Jan Łukasiewicz

Geneza logiki trójwartościowej (1938)

Trójwartościowy rachunek zdań prelegent stworzył jeszcze przed rokiem 1920, ale dopiero w tym roku przedstawił publicznie po raz pierwszy poglądy swe na ten temat w dwóch odczytach, wygłoszonych w Polskim Towarzystwie Filozoficznym we Lwowie. Autoreferaty z tych odczytów pojawiły się w *Ruchu Filozoficznym*, t. V, s. 169a-171a, Lwów 1920. Jest to najwcześniejsza publikacja z zakresu logiki wielowartościowej.

Powstanie logiki wielowartościowej posiada, zdaniem prelegenta, dla nauki i filozofii nierównie większe znaczenie, niż analogiczne zjawisko powstania geometrii nieeuklidesowej. O tym, że mogą istnieć różne i niezgodne z sobą systemy logiki, nikt przed powstaniem logiki wielowartościowej nie myślał, a nawet myśl taka mogła się wydawać paradoksalną. Zdawało się wszystkim, że zasadnicze prawa myślenia zostały raz na zawsze ustalone przez Arystotelesa, i na nich opierać się musi cała logika, którą można tylko w różnych kierunkach rozbudowywać. Tymczasem okazało się, że można tworzyć wiele systemów logicznych, konsekwentnych w sobie i niesprzecznych, które nie tylko są od siebie różne, ale nie dają się do siebie sprowadzić. Każda taka logika może być podstawą innej nieco matematyki, a każda taka matematyka podstawą innej

nieco fizyki. Możliwe są zatem różne i nierównoważne sobie sposoby ujmowania rzeczywistości. Wobec tak wielkiej wagi logiki wielowartościowej dla nauki, zdawało się prelegentowi, że i naukoznawstwo powinno zainteresować się tym tematem, zwłaszcza zaś genezą najprostszego z wielowartościowych systemów logiki, to znaczy trójwartościowego rachunku zdań.

Do utworzenia tego systemu prelegent doszedł przez szczęśliwe skojarzenie dwóch myśli, z których pierwszą zawdzięcza studiowaniu współczesnej logiki matematycznej, drugą zaś swym badaniom nad historią logiki starożytnej.

Twórcą współczesnej logiki zdań był genialny logik niemiecki Gottlob Frege. Frege nie znał jednakowoż tak zwanej matrycowej metody sprawdzania tez logicznych, której odkrycie przypisać należy znakomitemu logikowi amerykańskiemu Karolowi Peirce'owi. Metoda ta polega na tej podstawowej myśli, że w logice nie chodzi nam o *treść* zdań, połączonych związkami logicznymi, lecz o ich *wartość* logiczną. Przyjmujemy zaś od czasów Arystotelesa i stoików, że istnieją dwie i tylko dwie wartości logiczne, prawda i fałsz. Każde bowiem zdanie jest albo prawdziwe, albo fałszywe. Dlatego też logika klasyczna zowie się logiką *dwuwartościową*. W rachunku zdań przyjmujemy tylko tak zwane «prawdziwościowe» funkcje logiczne, to znaczy takie funkcje, których wartość logiczna zależy wyłącznie od wartości logicznej argumentów. Ponieważ w logice klasycznej istnieją tylko dwie wartości logiczne, przeto każdą funkcję logiczną możemy w tej logice bardzo łatwo zdefiniować. Tak np., oznaczając prawdę przez „1" a fałsz przez „0", możemy negację czyli wyrażenie „nieprawda, że p" (piszę „Np") zdefiniować przy pomocy następujących dwóch równości:

$$N1 = 0, N0 = 1.$$

To znaczy: Zaprzeczenie prawdy jest fałszem, a zaprzeczenie fałszu jest prawdą. Implikację, czyli wyrażenie „jeśli p, to q" (piszę „Cpq"), możemy zdefiniować za pomocą następujących czterech równości:

$$C11 = 1, C10 = 0, C01 = 1, C00 = 1.$$

To znaczy: Implikacja jest wtedy i tylko wtedy prawdziwa, gdy albo poprzednik jej jest fałszywy albo następnik prawdziwy, fałszywa zaś jest tylko w tym przypadku, gdy poprzednik jej jest prawdziwy, a następnik fałszywy. Takie pojęcie implikacji znane już było w starożytności Filonowi Megarejczykowi i stoikom. Otóż zbiór tych sześciu równości stanowi *matrycę* rachunku zdań, opartego na implikacji i negacji jako wyrazach pierwotnych. Każdą tezę logiczną, w której występuje tylko implikacja i negacja, można z łatwością sprawdzić na podstawie tych równości. Trzeba tylko za zmienne podstawić jedynki i zera we wszystkich możliwych kombinacjach i zredukować otrzymane wyrażenia na podstawie matrycy; jeśli dane wyrażenie jest tezą, to musimy zawsze po redukcji otrzymać jedynkę, jeśli zaś choć raz jeden otrzymamy zero, to wyrażenie nie jest tezą. Tak np. wyrażenie „Cpp" jest tezą, bo zarówno $C00 = 1$ jak i $C11 = 1$. Tak samo wyrażenie „$CCNppp$" jest tezą, bo zarówno $CCN000 = CC100 = C00 = 1$, jak [i] $CCN111 = CC011 = C11 = 1$. Natomiast wyrażenie „$CCpqCqp$" nie jest tezą, bo dla $p = 0$ i $q = 1$ otrzymujemy $CC01C10 = C10 = 0$.

Gdy prelegent zapoznał się przed wojną[1] z tą matrycową metodą sprawdzania tez, zdawało mu się, że odsłoniły mu się jakieś zakulisowe przyczyny, od których zależy prawdziwość tez logiki zdań. I wtedy to po raz pierwszy powstała w nim myśl nowa, a wysoce niepokojąca: co by było, gdybyśmy przyjęli, że mamy nie *dwie* wartości logiczne, ale więcej, np. trzy wartości? Co by się stało, gdybyśmy do wartości 1 i 0 dołączyli jakąś trzecią wartość logiczną, np. 2, i uzupełnili matrycę przez dodanie równości, zawierających dwójkę? Czy i wtedy utrzymałyby się wszystkie prawa logiczne? Już pobieżne zbadanie tej myśli doprowadziło do wyniku, że nie wszystkie prawa logiki dwuwartościowej musiałyby pozostać w mocy. Gdybyśmy bowiem przyjęli dodatkowo choćby te trzy równości:

$$N2 = 2,\ C22 = 1 \text{ i } C12 = 2,$$

to teza *CCNppp* przestałaby być prawdziwa. Dla $p = 2$ otrzymalibyśmy bowiem z tej tezy: $CCN222 = CC222 = C12 = 2$. To ważne prawo logiczne, o którym [Giovanni] Vailati napisał osobną monografię[2], nie byłoby ważne i wszelkie dowody, oparte na tym prawie, byłyby nieprzekonywające.

Myśl ta była istotnie niepokojąca. Ale czyż jest sens przyjmować obok prawdy i fałszu jakąś trzecią wartość logiczną? Czy można znaleźć dla tej trzeciej wartości jakąś interpretację intuicyjną? Czy istnieją zdania w znaczeniu logicznym, które nie są ani prawdziwe, ani fałszywe?

I tutaj nasunęła się myśl druga. Gdyby tej drugiej myśli nie było, gdyby nie istniał choćby *cień* możliwości, że ta trzecia wartość da się jakoś zinterpretować intuicyjnie, to logika trójwartościowa byłaby prawdopodobnie nie powstała. Autor byłby zarzucił pomysł, który by nie miał sensu. Tymczasem znalazła się na szczęście możliwość interpretacji. Znalazła się u samego Arystotelesa.

W dziewiątym rozdziale *Hermeneutyki* Arystoteles zastanawia się nad zagadnieniem przypadkowych zdarzeń przyszłych i rozwija tam pewne rozważania, których echa odbiły się poprzez wieki. Arystoteles jest indeterministą i przyjmuje, że mogą istnieć zdarzenia przyszłe, które dziś jeszcze nie są zdeterminowane. Przypuśćmy, że takim zdarzeniem jest jutrzejsza bitwa morska. Zakładamy więc, że nie jest dziś jeszcze rzeczą ustaloną, czy jutro odbędzie się bitwa morska, czy też nie odbędzie się. Mówimy w takich razach w życiu potocznym: *może* być, iż jutro odbędzie się bitwa morska, ale *może* też być, że jutro nie odbędzie się bitwa morska. Otóż, powiada dalej Arystoteles, gdybyśmy przyjęli, że każde zdanie jest już *dziś* prawdziwe lub fałszywe, to musielibyśmy zgodzić się na to, że bitwa morska jutro albo odbyć się *musi*, albo odbyć się *nie może*. Bo jeśli już dzisiaj jest prawdą, że jutro odbędzie się bitwa morska, to fakt ten jutro stać się musi, a jeśli już dzisiaj jest fałszem, że jutro odbędzie się bitwa morska, to fakt ten jutro stać sie nie może. Tak więc trzeba by przyjąć, że o ile jutrzejsza bitwa

[1] Chodzi oczywiści o I wojnę światową.

[2] Por.: Giovanni Vailati, „A proposition d'un passo del Teereto e di una dimonstrazione di Euclide", [w:] *Scritti*, Seeber-Barth, Firenze-Lipsia 1911, s. 516-527.

morska jest zdarzeniem przypadkowym i odbycie się jej czy nieodbycie nie jest dziś jeszcze ustalone, to zdanie o tej jutrzejszej bitwie morskiej nie może być dzisiaj *ani prawdziwe ani fałszywe*.

To rozważanie Arystotelesa przypomniał sobie autor i natchnęło go ono wiarą, iż przyjmowanie zdań, mających jakąś trzecią wartość logiczną, nie jest pozbawione sensu, a może się przydać do zbadania pojęć konieczności i możliwości, i do stworzenia jakiejś racjonalnej logiki tak zwanych zdań modalnych. Kierując się pewnymi intuicjami z dziedziny zdań modalnych, prelegent uzupełnił matrycę dwuwartościową przez dodanie równości, dotyczących dwójki, i zrobił to w następujący sposób:

$$N2 = 2,\ C12 = 2,\ C02 = 1,\ C21 = 1,\ C20 = 2,\ C22 = 1.$$

W ten sposób powstał pierwszy system logiki trójwartościowej, ogłoszony w roku 1920.

Od tego czasu minęło lat kilkanaście. Uczniowie prelegenta dr [Adam] Wajsberg, dr [Bolesław] Sobociński i mgr [Jerzy] Słupecki posunęli dalej badania nad logiką trój- i wielowartościową. Jeśli chodzi w szczególności o systemy trójwartościowego rachunku zdań, to umiemy już dzisiaj systemy te przedstawiać nie tylko w formie matrycowej, ale i aksjomatycznej. Umiemy tworzyć *pełne* systemy tych logik, w których każda możliwa w tych systemach funkcja logiczna może być zdefiniowana. Wiemy, że istnieje kilka typów logiki trójwartościowej. Rozwinęła się nowa dziedzina badań, których końca nie można przewidzieć. Powstały też nowe możliwości intuicyjnego interpretowania tych logik. Przyszłe lata okażą, w jakim stopniu spełnią się nadzieje, które autor przywiązuje do logiki wielowartościowej.

[* * *]

Lista obecnych [—] 36 osób. W dyskusji brało udział 8 osób. Przewodniczy[ł] prof. Cz[esław] Białobrzeski.

8. Stanisław Leśniewski, Jan Blaton, Piotr Chojnacki, Aleksander Jabłoński, Stanisław Mrozowski, Czesław Białobrzeski, Adam Krokiewicz, Artur Górski, Jan Łukasiewicz

Dyskusja wokół „Genezy logiki trójwartościowej" (1938)

Prof. S[tanisław] Leśniewski zajmuje w swoim przemówieniu w stosunku do «logiki trójwartościowej» prof. Łukasiewicza, jak i w stosunku do wszelkich innych «logik wielowartościowych», stanowisko negatywne. Występującemu w matrycy «logiki trójwartościowej» symbolowi „2" nikt nie nadał dotąd, zdaniem mówcy, żadnego zrozumiałego sensu, który by mógł stanowić podstawę do tej czy innej «rzeczywistościowej» interpretacji tej «logiki». Mówca ocenia w tych warunkach ujemnie wszelkie w ogóle próby rozwiązywania jakichś zagadnień naukowych w oparciu o «logikę trójwartościową» zamiast o nie nastręczający w przeciwstawieniu do niej żadnych interpretacyjnych wątpliwości zwykły «dwuwartościowy» rachunek zdań. Mówca nie spotkał się nigdy w nauce z żadną taką sytuacją, która by się domagała uzupełnienia

tego zwykłego rachunku zdań przez wprowadzenie do rozważań jakiejś trzeciej jeszcze «wartości logicznej». Nie stanowi pod tym względem specyficznego wyjątku i wzmiankowane przez profesora Łukasiewicza w jego odczycie nieprzekonywające rozumowanie Arystotelesa na temat przypadkowych zjawisk przyszłych, rozumowanie, które daje się zresztą, jak to zauważył mówca, zrekonstruować w formie zupełnie analogicznej, choć równie mało przekonywającej, i w zastosowaniu do zjawisk przeszłych i teraźniejszych. Nawiązująca do Arystotelesa, stanowiąca zaś zgodnie z oświadczeniem prelegenta jeden z zasadniczych czynników w genezie «logiki trójwartościowej» koncepcja zdań, które, nie będąc w jakiejś chwili zdaniami prawdziwymi ani fałszywymi, stają się zdaniami prawdziwymi lub fałszywymi w pewnej chwili późniejszej, choć nie zawierają w sobie bynajmniej wyrazów «okolicznościowych» pod względem czasowym, nastręcza, zdaniem mówcy, poza zasadniczym szkopułem braku należytej jasności co do logicznego charakteru tych zdań dodatkową jeszcze trudność, wypływającą na gruncie omawianej koncepcji z narzucającej się potrzeby wyraźnego wprowadzenia do rozważań nad «wartościami logicznymi» zdań jakiegoś dopasowanego do tej koncepcji «parametru» czasowego wraz z jakimś kodeksem rządzących tym «parametrem» czasowym praw — czego nikt dotąd jeszcze nie uczynił. Zgodnie z ogólnym swoim stanowiskiem w stosunku do «logiki trójwartościowej» mówca skłonny jest do mniemania, że nie prowadzi ona w szczególności do wyklarowania i zanalizowania tych czy innych w utartych formach języka potocznego przez tradycję nam przekazanych zagadnień, dotyczących «możliwości» czy «konieczności», zagadnień, w których wyrażenia typu „możliwe, że *p*" i wyrażenia pokrewne stanowią, jak się to zresztą między innymi dzieje i na gruncie zawierających takie wyrażenia przykładów z publikacji prof. Łukasiewicza, typowe okazy tzw. funkcji intensjonalnych. Mówca nie zna — wobec nieistnienia na świecie jakiegoś zadowalającego pod względem intuicyjnym i formalnym systemu «logiki intensjonalnej» — żadnej skutecznej metody rozsądnego interpretowania i logicznego «opanowywania» wzmiankowanych «funkcji intensjonalnych» poza metodą ich «dezintensjonalizacji», polegającej na przyporządkowywaniu im posiadających ten sam sens wyrażeń, które są już zbudowane na zasadach konsekwentnie «ekstensjonalistycznych» i dają się bez żadnych dalszych komplikacji rozważać na gruncie normalnej «ekstensjonalistycznej» i «dwuwartościowej» logiki. Mówca nadmienia, że jego koncepcja «dezintensjonalizacji» tzw. funkcji intensjonalnych bywa przez niego od wielu już lat szczegółowo rozwijana w różnych jego wykładach, i zwraca jednocześnie uwagę na zbliżoną do tej koncepcji pod względem zasadniczej idei koncepcję R[udolfa] Carnapa, ogłoszoną przez niego ostatnio w *Logische Syntax der Sprache*, koncepcję, która jest zresztą, zdaniem mówcy, w pewnych swych istotnych szczegółach zupełnie nietrafna i prowadzi do nie dających się utrzymać teoretycznych konsekwencji. W zakończeniu swego przemówienia mówca analizuje szkicowo z punktu widzenia «dezintensjonalizacji» «funkcji intensjonalnych» wyrażenia typu „możliwe, że *p*" i stwierdza w wyniku tej analizy brak jakichkolwiek niepokojących

aporii, które by tu mogły przemawiać za potrzebą poszukiwania jakiejś nowej logiki dla ich usunięcia.

Dyr. J[an] Blaton[3] zapytuje, jakie argumenty przemawiały za wypełnieniem pustych miejsc w matrycy 1, 0 albo 2?

Ks. prof. P[iotr] Chojnacki[4] wyraża przypuszczenie, że prelegent przy budowaniu logiki trójwartościowej interesował się przede wszystkim różnymi możliwościami konstrukcyjnymi, mniej zaś ich interpretacją «rzeczywistościową», chociaż i ta sprawa nie była wcale obojętna.

Doc. A[leksander] Jabłoński[5] [przypomina, że] zjawiskami w świecie mikroskopowym rządzą, zgodnie z obecnie panującymi w fizyce poglądami, jedynie prawa statystyczne. W związku z tym możemy opisywać świat mikroskopowy używając do opisu tych samych wielkości fizycznych, które używane są do opisu «klasycznego obrazu wszechświata», jedynie pod warunkiem, że każdej wielkości przypiszemy pewną «nieostrość» (= niedokładność nie związaną z niedoskonałością przyrządów pomiarowych). Zdań orzekających, że pewna wielkość posiada pewną określoną wartość (zdania takie są powszechnie używane w naukach przyrodniczych), nie możemy więc uznać za zdania prawdziwe absolutnie, tzn. przypisać im wartość 1. Nie chcąc się znaleźć w tak przykrej sytuacji, aby uznać, że ścisłe nauki przyrodnicze posługują się prawie wyłącznie zdaniami fałszywymi, należałoby zdania takie zaliczyć do kategorii zdań, które nie są prawdziwymi (absolutnie!) ani fałszywymi. Tutaj właśnie mogłaby może mieć zastosowanie logika wielowartościowa. Można by może wprowadzić *continuum* wartości od 0 do 1, odpowiadających różnym prawdopodobieństwom realizacji treści tych zdań w odpowiednio dobranych doświadczeniach, chociażby tylko myślowych. Wartość 1, odpowiadająca pewności, nie miałaby właściwie zastosowania w tego typu zdaniach.

Doc. St[anisław] Mrozowski[6] wyraża przypuszczenie, że zarówno prelegent, jak i prof. Leśniewski, kierują się pewną koncepcją prawdziwości i fałszywości, zgodnie z którą zdanie jest prawdziwe lub fałszywe niezależnie od naszej wiedzy o tym, o czym to zdanie mówi.

Dyr. J. Blaton uważa, że posługiwać się tu pojęciem prawdopodobieństwa byłoby niebezpiecznie. Prawdopodobieństwo odnoszące się do indywidualnego wypadku, z którym mamy do czynienia w życiu potocznym, nie jest pojęciem naukowym. W nauce posługiwać się można tym pojęciem tylko w odniesieniu do pewnego kolektywu.

---

[3] Jan Blaton (1907-1948), fizyk, dyrektor Państwowego Instytutu Meteorologicznego.

[4] Ks. Piotr Chojnacki (1897-1969), filozof, profesor filozofii chrześcijańskiej w Uniwersytecie Warszawskim.

[5] Aleksander Jabłoński (1898-1980), fizyk, późniejszy profesor Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu.

[6] Stanisław Mrozowski (1878-1953), fizyk, profesor Uniwersytetu Warszawskiego.

Prof. C[zesław] Białobrzeski zaznacza, w związku z uwagą przedmówcy, że w fizyce współczesnej pojęcie prawdopodobieństwa nie jest koniecznie związane z jakimś kolektywem.

Prof. A[dam] Krokiewicz[7] zwraca uwagę, że pewną analogię do «matrycy» Peirce'a stanowi sposób, w jaki Filon (dialektyk) określał «wynikanie». Filon uwydatniał mianowicie okoliczność, że podczas gdy prawda może wynikać bądź z prawdy, bądź z fałszu, to fałsz nie może nigdy wynikać z prawdy, lecz zawsze tylko z fałszu; Filon określał zatem «wynikanie» ze stanowiska, uwzględniającego *jednocześnie* prawdę i fałsz. Mówca przytacza następnie różne pojęcia możliwości u filozofów starożytnych (Diodora Kronosa, Arystotelesa, Epikura i Chryzypa), po czym przypomina, że stoicy dzielili pytania, które uważali za wypowiedzi, nie będące ani prawdziwymi, ani fałszywymi, na pytania - ερωτχματα i pytania - πυσματα. Na pierwsze można było odpowiedzieć „tak" resp. „nie" (np. na pytanie „czy jest dzień?"), na drugie trzeba było odpowiedzieć inaczej (np. na pytanie „gdzie mieszka Dion?"). Pierwsze i drugie pytania stanowią dwie różne grupy, nie leżące na jednej płaszczyźnie. Mówca pyta, czy logika trójwartościowa nie ma «dwupiętrowego», żeby tak powiedzieć, charakteru, tzn. że «sądy ani prawdziwe, ani fałszywe» nie leżą na tej samej płaszczyźnie, co «sądy albo prawdziwe, albo fałszywe», lecz stanowią zasadniczo inną grupę. W zakończeniu mówca wyraża opinię, że logika trójwartościowa zasługuje na uwagę językoznawców, którym może oddać wielkie usługi w dziedzinie teorii mowy jako takiej.

Dr A[rtur] Górski[8] zaznacza, że zabiera głos wyłącznie jako człowiek zainteresowany sprawami języka. Słowa „możliwy", „prawdopodobny", „pewny" są wieloznaczne i ich analizę należy powierzyć filozofii. Zadaniem logiki jest sprawdzanie budowy zdań; czy to zadanie jest do wykonania, gdy słowo „możliwy" inne ma znaczenie w deterministycznym, a inne w indeterministycznym ujęciu? Może logice trójwartościowej uda się pogodzić te sprzeczności.

Prof. Cz. Białobrzeski widzi możliwość zastosowania w fizyce rozróżnienia słabszych i mocniejszych prawd. Fizyka współczesna nie operuje pojęciem bezwzględnej prawdy, do którego nas przyzwyczaiła logika klasyczna. Mechanika Newtona nie jest na gruncie fizyki współczesnej fałszywa. W pewnym, ograniczonym zakresie jest nawet prawdziwa. Mielibyśmy tu zatem do czynienia z wypadkiem jakiejś słabszej prawdziwości. Moglibyśmy ułożyć całą tablicę praw fizykalnych od słabszych do mocniejszych. W logice wszystko jest bezwzględne, co dopuszczalne jest w naukach formalnych. Inaczej jest w fizyce. Tutaj drogi, po których idzie w swoich rozumowaniach badacz, są mniej dokładnie wyznaczone i fizyk niejednokrotnie kierować się może tylko instynktem.

---

[7] Adam Krokiewicz (1890-1977), filolog klasyczny, profesor Uniwersytetu Warszawskiego; w latach 1936-1944 — w Warszawie — prowadził z Łukasiewiczem wspólne seminarium z historii logiki.

[8] Artur Górski (1870-1959), pisarz, eseista.

Na zakończenie głos zabiera prelegent, prof. Łukasiewicz. Odpowiada przede wszystkim na interpelację dyr. Blatona, według jakich metod zostały wypełnione puste miejsca w matrycy trójwartościowej. Prelegent kierował się pewnymi intuicjami i chęcią zachowania pewnych praw logiki dwuwartościowej (prawo tożsamości, prawa dotyczące warunków prawdziwości okresu warunkowego, prawa transpozycji itd.).

W pojmowaniu prawdy prelegent deklaruje się jako absolutysta w tym znaczeniu, że nie idzie mu o to, co kto za prawdę uważa, lecz o to, co jest prawdą (to samo dotyczy pojęcia możliwości). Co do pojęcia prawdopodobieństwa prelegent godzi się z tym, że nie można mówić o prawdopodobieństwie pewnego indywidualnego wypadku. W teorii prawdopodobieństwa, której prelegent jest autorem[9], prawdopodobną może być tylko funkcja zdaniowa.

Dotychczasowe próby związania systemów logiki wielowartościowej z rachunkiem prawdopodobieństwa natrafiały na wielkie trudności. Logika wielowartościowa, która by się dała z tym rachunkiem powiązać, musiałaby mieć nieskończoną liczbę wartości.

Mówiąc o słabszej i mocniejszej prawdzie prelegent rozumiał coś innego, niż prof. Białobrzeski. Miał na myśli intuicjonistów matematyków z [Leitzenem Egbertem Janem] Brouwerem na czele. Brouwer uważa za prawdy słabsze zdania matematyczne, które można udowodnić tylko apagogicznie. Mocniejsze są zdania, które można udowodnić konstrukcyjnie. Co zaś do mechaniki newtonowskiej, to nie są to słabsze prawdy. Sformułowane dla zjawisk mikroskopowych, zarówno jak i makroskopowych, są fałszywe; są natomiast prawdziwe w pewnych warunkach.

W odpowiedzi prof. Leśniewskiemu prelegent zaznacza, że budując logikę trójwartościową interesował się jej konstrukcją jako czysty logik bez względu na zastosowania. Gdyby jednak nie miał cienia możliwości zinterpretowania wprowadzonej przez siebie trzeciej wartości, byłby niewątpliwie tej logiki nie zbudował. Ta trzecia wartość ma swoją tradycję w dziejach logiki. W starożytności dyskutowano o niej w związku z Arystotelesem. W średniowieczu nawiązywał do niej Petrus Aureolus.

Co do rozumowania Arystotelesa dotyczącego bitwy morskiej, prelegent zdaje sobie sprawę z jego słabych stron. Nie są to jednak te słabe strony, o których mówił prof. Leśniewski. Można by tego rozumowania bronić, choć już nie na gruncie Arystotelesa. Wchodzi tu w grę sprawa indeterminizmu, poglądu, który prelegent łączy z zasadą przyczynowości.[10] Gdyby istniał na świecie człowiek wszechwiedzący, nie mógłby, zdaniem prelegenta, na podstawie praw przyrodniczych wywnioskować, że jutro będzie lub nie będzie bitwa morska, jeżeli nie jest ona już uwarunkowana w chwili dzisiejszej; nie mógłby także orzec, czy taka bitwa odbyła się, czy nie, w przeszłości, jeżeli jej

---

[9] Zob. przede wszystkim: *Die logischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, PAU, Kraków 1913; wersja polska w: *Z zagadnień logiki i filozofii*, s. 76-113.

[10] Zob.: „O determinizmie", [w:] *Ibidem*, s. 114-126.

skutki nie trwają do dzisiaj. Wtedy to bitwa morska przechodzi «w krainę możliwości» i to nie dlatego, że o niej nic nie wiemy, tylko że taka jest właśnie budowa świata.

W związku z poruszoną przez prof. Leśniewskiego sprawą funkcji prawdziwościowych i nieprawdziwościowych, prelegent zaznacza, że z faktem, iż dla języka potocznego funkcja «możliwe, że *p*» nie zdaje się być funkcją prawdziwościową, nie należy się liczyć, gdyż i logika dwuwartościowa razi w niejednym punkcie potoczne intuicje.

Na zakończenie prelegent dodaje, że w kwestii, czy logika trójwartościowa może się przydać w lingwistyce, trudno mu się wypowiedzieć, bo nie zna bliżej terenu, o który chodzi.