Filozofia Nauki, *ISSN 1230-6894*
Rok XXIV, *2016*, *Nr 3(95)*, *s. 25-41*

ALEKSANDER GEMEL*

PROBLEM GEOMETRYCZNEJ REPREZENTACJI PODOBIEŃSTWA W KONCEPCJI PRZESTRZENI POJĘCIOWYCH PETERA GÄRDENFORSA

Abstract

THE PROBLEM OF GEOMETRIC REPRESENTATION OF SIMILARITY
IN PETER GÄRDENFORS' CONCEPTUAL SPACES THEORY

The concept of similarity is undoubtedly one of the cornerstones of contemporary cognitive science. Although it plays an important role in most of the cognitive activities of man, the issue of the appropriate representation of similarities is an extremely difficult task. One approach to the issue of similarity representation is based on the geometric model used in Gärdenfors' conceptual spaces theory. However, the criticism of the geometrical model of similarity still seems to remain valid, and the model itself is regarded, by many critics, as an inadequate tool for representing mental phenomena. The primary objective of the article is to propose a model of similarity which would be insensitive to this criticism. The first part is devoted to basic assumptions of the conceptual spaces theory and the axioms of its model of similarity. In the second part I present the most common critical arguments against the geometrical model of similarity and then introduce a geometric model of similarity immune to the criticism.

Keywords: conceptual spaces, geometric model of similarity, Gärdenfors

> Geometrię, w najszerszym sensie [...] można określić mianem ogólnej nauki o klasyfikacji.
> Alfred N. Whitehead, *The Axioms of Projective Geometry*

> Uporządkowanie przypadków podobnych stanowi pierwszy konieczny krok na drodze wydobywania zawartej w nich racji.
> William James, *The Principles of Psychology*

Pojęcie podobieństwa jest bez wątpienia jednym z najważniejszych pojęć współczesnych nauk poznawczych. Odgrywa bowiem niebagatelną rolę w więk-

* Zakład Kognitywistyki, Instytut Psychologii, Wydział Nauk o Wychowaniu, Uniwersytet Łódzki, ul. Smugowa 10/12, 91-433 Łódź, aleksander.gemel@gmail.com.

szości poznawczych aktywności człowieka: w procesach uczenia się, w szczególności w kategoryzacji oraz konstytucji struktury pojęć naturalnych (Rosch 1975, 1978), funkcjonowaniu pamięci (Lin, Luck 2009), aktywności językowej — rozprzestrzenianiu się aktywizacji w sieciach semantycznych (Collins, Loftus 1975, Collins, Quillian 1969) czy też w samych procesach myślenia, w tym zwłaszcza przy rozwiązywaniu problemów (Bassok 2003) oraz wnioskowaniu indukcyjnym (Weber, Osherson 2010, 2014). Znalezienie teorii psychologicznej, która choć pośrednio nie odnosiłaby się do kwestii podobieństwa, jest przedsięwzięciem z góry skazanym na niepowodzenie. Krótko mówiąc, zagadnienie psychologicznie właściwej reprezentacji podobieństwa wydaje się newralgiczne nie tylko z punktu widzenia metodologii nauk poznawczych, lecz także z punktu widzenia samego procesu poznania *tout court*.

Jest to jednak problem niezwykle trudny. Reprezentacja podobieństwa stanowi bowiem z punktu widzenia badań psychologicznych pojęcie tak dalece podstawowe, że zdaniem Freda Attneave'a (1950: 516) samo postawienie pytania „co sprawia, że rzeczy są do siebie podobne?" nosi znamiona aktu naukowej naiwności. Podobnego zdania jest również Peter Gärdenfors, który słusznie zwraca uwagę, że podobieństwo badane z perspektywy kognitywistycznej trudne jest do precyzyjnego uchwycenia (Gärdenfors 2004: 10). Jego zdaniem za ten stan rzeczy odpowiada sama struktura metodologiczna kognitywistyki, zdeterminowana przez dwa dominujące podejścia badawcze, które bezpośrednio przekładają się na odmienne wizje modelowania reprezentacji fenomenów poznawczych. Pierwszym z nich jest podejście symboliczne, zgodnie z którym modelowanie procesów poznawczych sprowadza się do ujmowania ich w kategoriach operacji obliczeniowych na abstrakcyjnych symbolach (szerzej na ten temat zob. Gärdenfors 2000: §2.2). Drugim jest zaś podejście asocjacjonistyczne, które pod postacią koneksjonizmu sprowadza się do modelowania procesów poznawczych za pomocą sztucznych sieci neuronowych (zob. Gärdenfors 2000: §2.3).

Zdaniem Gärdenforsa podejścia te się uzupełniają, a różnica między nimi polega jedynie na ujmowaniu odmiennych poziomów zjawisk umysłowych. Problemem ich obu jest natomiast pomijanie reprezentacji poziomu pojęciowego, który łączyłby symboliczny i subsymboliczny poziom reprezentacji. Według Gärdenforsa w obu modelach niezmiernie trudne jest również wyjaśnienie — zgodne z zasadą ekonomii poznawczej — procesu genezy warstwy pojęciowej, w której właśnie pojęcie podobieństwa odgrywa rolę kluczową. Opracowana przez Gärdenforsa teoria przestrzeni pojęciowych wychodzi naprzeciw tym trudnościom, mając stanowić model dostarczający adekwatnego narzędzia do reprezentowania struktury warstwy konceptualnej oraz jej genezy. Co istotne, główną zaletą propozycji Gärdenforsa jest szczególna wrażliwość na bagatelizowane w podejściu symbolicznym reprezentacje pojęcia podobieństwa. Stawką teoretycznego przedsięwzięcia Gärdenforsa jest zatem możliwie najbardziej adekwatne ujęcie psychologicznej relacji podobieństwa, ponieważ to właśnie ona odgrywa zasadniczą rolę w jego teorii.

Kwestia reprezentacji podobieństwa w koncepcji Gärdenforsa, mimo ogromnego potencjału eksplikatywnego, okazuje się jednak najsłabszym punktem modelu przestrzeni konceptualnych. Podstawowe założenia teorii Gärdenforsa wymuszają bowiem reprezentację podobieństwa w kategoriach geometrycznych, co pośrednio wikła jego koncepcję w toczącą się od lat polemikę dotyczącą zasadności ujmowania zjawisk psychologicznych w tych kategoriach. Co gorsza, krytyka geometrycznego modelu podobieństwa wydaje się w dalszym ciągu pozostawać w mocy, a sam model w oczach wielu krytyków uchodzi za nieadekwatne narzędzie reprezentacji zjawisk mentalnych. Podstawowym celem tekstu jest zaproponowanie modelu podobieństwa, który byłby niewrażliwy na tę krytykę. Swoje rozważania opieram na teorii przestrzeni konceptualnych Gärdenforsa[1], którą zreferuję w pierwszej części pracy; w drugiej części skoncentruję się na funkcjonującym w niej modelu podobieństwa oraz jego aksjomatyce; w trzeciej części przedstawię zaś najczęściej przytaczane argumenty krytyczne pod adresem modelu geometrycznego, aby w części czwartej przedstawić propozycję jego obrony.

1. TEORIA PRZESTRZENI POJĘCIOWYCH

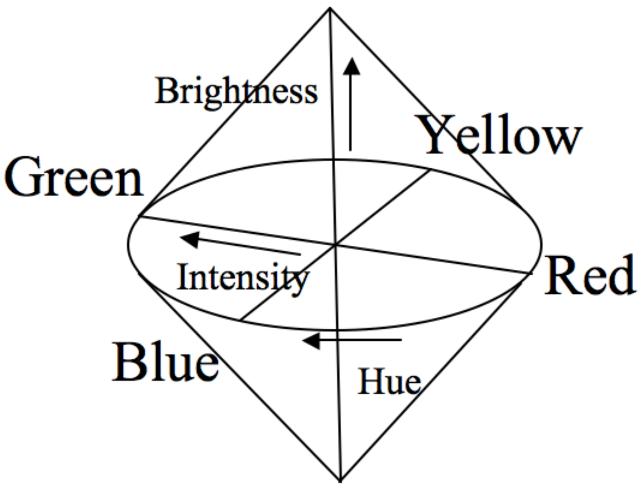
Ideą przewodnią stojącą za koncepcją przestrzeni konceptualnych jest pogląd, zgodnie z którym znaczenie może zostać opisane w kategoriach zorganizowanych abstrakcyjnych struktur przestrzennych (Gärdenfors 2000, 2014). Pojęciami wykorzystywanymi do tak modelowanego znaczenia są więc terminy zapożyczone z geometrii oraz algebry wektorowej. Budulcem przestrzeni konceptualnej są tzw. wymiary jakościowe, które tworzą swoistą teoretyczną ramę używaną do przypisywania właściwości obiektom i do określenia relacji zachodzących między nimi. Rekonstrukcja wymiarów odbywa się za pomocą techniki skalowania wielowymiarowego (*multidimensional scaling* — na temat teoretycznej podstawy MDS zob. Shepard 1962, Coombs 1964). Fundamentalną rolą wymiaru w przestrzeni pojęciowej jest reprezentowanie różnorodnych jakości przedmiotów w rozmaitych domenach poznawczych. Współrzędne punktów wewnątrz przestrzeni pojęciowej reprezentują zatem poszczególne przypadki

[1] Rzecz jasna, pewne odniesienia do innych odsłon modelu geometrycznego będą w toku wywodu nieuniknione.

danego wymiaru, np. określoną temperaturę, określoną wagę, odcień itd. Punkty natomiast reprezentują obiekty o określonych jakościach zdefiniowanych przez ich współrzędne w przestrzeni. Wymiary jakościowe mają charakter infralingwistyczny, co oznacza, że reprezentowane przez nie jakości nie muszą być wyrażalne w postaci kodu językowo-symbolicznego. Jak pisze Gärdenfors:

> Wymiary jakościowe należy rozumieć niezależnie od symbolicznych reprezentacji, w tym sensie, że zarówno ludzie, jak i inne zwierzęta mają zdolność reprezentowania jakości przedmiotów, na przykład podczas planowania działań, bez konieczności zakładania wewnętrznego języka lub innego systemu symbolicznego, w których te cechy byłyby wyrażone (Gärdenfors 2004: 11).

Tak rozumiane pojęcie wymiaru Gärdenfors wykorzystuje w celu wprowadzenia pojęcia domeny poznawczej, która zgodnie z jego ujęciem stanowi wiązkę wymiarów zintegrowanych, czyli takich, które w sposób konieczny występują w połączeniu z innymi wymiarami. Za przykład wymiarów zintegrowanych, które konstytuują domenę koloru, mogą posłużyć odcień, jasność i natężenie, ponieważ każdy reprezentant tej domeny, który ma przypisaną określoną wartość w jednym wymiarze (np. jasności), z konieczności musi mieć również określoną wartość w pozostałych wymiarach (tj. określony odcień i pewne natężenie). Domenę koloru jako trójwymiarową przestrzeń pojęciową można zatem przedstawić w postaci graficznej (Rysunek 1), na którą składają się trzy wymiary jakościowe, tj. jasność (rosnąca wertykalnie), natężenie (rosnące od środka stożka ku jego obrzeżom) oraz odcień (zmieniający się po okręgu). Odcienie najsilniej ze sobą kontrastujące są usytuowane na przeciwległych punktach okręgu.



Rysunek 1. Reprezentacja domeny koloru w modelu przestrzeni pojęciowej w ramach systemu barw Munsella (por. też: https://en.wikipedia.org/wiki/Munsell_color_system)

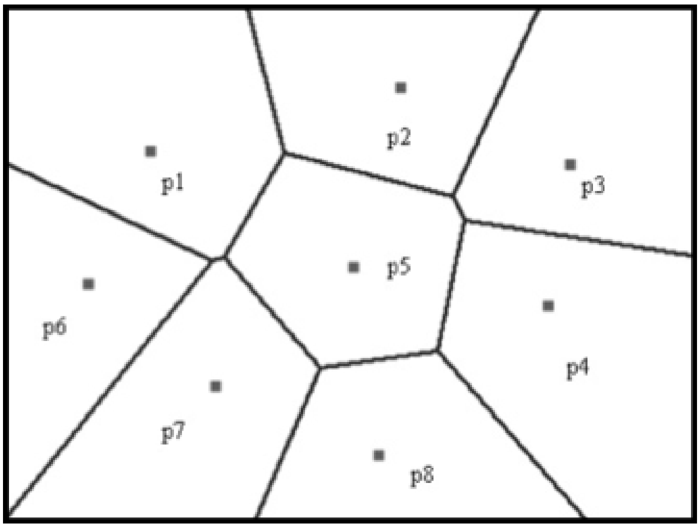
Pojęcie domeny pełni istotną rolę w teorii przestrzeni pojęciowych zwłaszcza w przypadku problematyki podobieństwa. To ostatnie, zdaniem Gärdenforsa, nie ma bowiem charakteru uniwersalnego, lecz jest silnie zależne od kontekstu; w konsekwencji należy je rozpatrywać zawsze w odniesieniu do określonej domeny poznawczej (Gärdenfors 2000: 109-110). Ponadto, podział na domeny służy Gärdenforsowi (2000: 101) za podstawę odróżnienia właściwości od pojęć. Te pierwsze kodują informację zrelatywizowaną do jednej domeny, pojęcia stanowią zaś połączenia wielu właściwości — ich struktura jest więc ugruntowana w więcej niż jednej domenie poznawczej.

Zarówno właściwości, jak i pojęcia w przestrzeni konceptualnej są, zdaniem Gärdenforsa, reprezentowane przez zbiory wypukłe, których układ zostaje określony przez umiejscowienie elementu prototypowego danego pojęcia lub danej właściwości oraz innych otaczających je prototypów w określonej domenie poznawczej lub ich grupie. Rozwiązanie zaproponowane przez Gärdenforsa wychodzi zatem naprzeciw ustaleniom tzw. prototypowej teorii kategoryzacji (Rosch 1975, 1978, Mervis, Rosch 1981, Lakoff 1987). Główną ideą stojącą za teorią kategoryzacji prototypowej jest przekonanie, że struktura kategorii nie jest jednorodna, a niektóre obiekty w jej ramach są uznawane za bardziej reprezentatywne egzemplarze kategorii. Reprezentacja pojęć jako wielokątów wypukłych w przestrzeni umożliwia bardziej lub mniej centralne położenie w ich ramach określonego punktu, który odzwierciedla prototypowego reprezentanta danej kategorii. Prototypowa teoria kategoryzacji pełni niezwykle istotną rolę w koncepcji Gärdenforsa, ponieważ to dzięki niej możliwe staje się ukonstytuowanie struktury pojęciowej danej domeny poznawczej. Odwzorowanie struktury kategorialnej określonej domeny w zaproponowanym przez Gärdenforsa modelu dokonuje się bowiem za pomocą narzędzia topologicznego zwanego tesselacją Woronoja. Stanowi ona podział *n*-wymiarowej przestrzeni na części, wykorzystujący równe odległości między wyróżnionymi punktami, które zgodnie z założeniami Gärdenforsa tworzą właśnie zbiór egzemplarzy prototypowych bądź obiektów o największym stopniu prominencji w danej domenie. Formalnie rzecz biorąc, tesselacja Woronoja przebiega zatem zgodnie z następującą formułą:

$$VorP\,(p) = \{x \in E\colon \forall q \in P,\, d(x, p) \leq d(x, q)\},$$

gdzie d jest zdefiniowaną na przestrzeni euklidesowej funkcją odległości.

Dla ośmioelementowego zbioru punktów $P = \{p1, \ldots, p8\}$ należącego do przestrzeni euklidesowej E obszarem Woronoja przypisanym pewnemu elementowi p należącemu do zbioru P nazwiemy zbiór wszystkich punktów znajdujących się bliżej punktu p niż każdego innego elementu ze zbioru P. W konsekwencji dla ośmioelementowego zbioru P otrzymamy następujący podział płaszczyzny:



Rysunek 2. Tesselacja Woronoja dla ośmioelementowego zbioru P (opracowanie własne)

Tesselacja Woronoja, jak wykazują Okabe, Boots i Sugihara (1992), zawsze skutkuje podziałem przestrzeni na wypukłe regiony, psychologicznie uprawomocniając tym samym kategorialny model przestrzeni pojęciowych. Jak bowiem zauważa Gärdenfors:

> Przypuszczam, że wszystkie terminy [odnoszące się do] kolorów w językach naturalnych wyrażają właściwości fizyczne w odniesieniu do psychologicznych reprezentacji trzech wymiarów [domeny] koloru. Innymi słowy, hipoteza ta głosi, że jeśli w danym języku jakiś obiekt o_1 jest opisany przez nazwę koloru *C*, a inny obiekt o_2 ma również właściwość koloru *C*, to każdy obiekt o_3 o kolorze, który leży pomiędzy kolorem obiektów o_1 i o_2 również będzie koloru *C*. Powszechnie wiadomo, że różne języki dzielą przestrzeń koloru w odmienny sposób, lecz wszystkie te podziały wydają się dokonywane za pośrednictwem regionów wypukłych (Gärdenfors 2000: 71).

Powyższa hipoteza Gärdenforsa została kilka lat po publikacji jego pracy udowodniona przez Gerharda Jägera (2010).

2. MODEL PODOBIEŃSTWA W KONCEPCJI PRZESTRZENI POJĘCIOWYCH

Istotnym elementem modelu przestrzeni pojęciowych jest powiązanie funkcji odległości z podobieństwem dwóch obiektów reprezentowanych przez punkty. Za sprawą tego powiązania pojęcie wymiaru ulega swoistemu wzbogaceniu: oprócz reprezentowania określonej jakości w przestrzeni pojęciowej zyskuje również funkcję swoistego kontekstu porównawczego. Wymiary odpowiadają wszak różnorakim aspektom, według których dane przedmioty mogą podlegać ocenie pod względem stopnia wzajemnego podobieństwa. Rzecz jasna, aby owo podobieństwo mogło podlegać efektywnej i mierzalnej ocenie, na przestrzeni pojęciowej musi zostać określona właśnie funkcja odległości. Innymi słowy, potrzebna jest metryka, która bazując na obustronnej funkcjonalnej korespondencji między odległością punktów reprezentujących obiekty w przestrzeni a ich podobieństwem, odpowiadałaby za kodowanie informacji o podobieństwie porównywanych bytów. Owa metryka musi przybierać jedną z określonych postaci uogólnionej metryki Minkowskiego:

$$d(x,y) = \left\{\sum_{k=1}^{n} | x_k - y_k|^r\right\}^{1/r} \quad r \geq 1,$$

gdzie $d(x, y)$ to odległość między punktem x oraz punktem y; x_k i y_k odnoszą się odpowiednio do pozycji punktu x oraz pozycji punktu y na osi k; n stanowi liczbę konstytutywnych wymiarów, a współczynnik r, który może przyjmować wartość w przedziale od 1 do nieskończoności, określa, z którą konkretną metryką mamy do czynienia. Toteż np. dla wartości r równej 1 będzie to metryka miejsca, w której miara odległości dwóch punktów stanowi po prostu sumę wartości bezwzględnych różnic ich współrzędnych. W przestrzeni n-wymiarowej ($\mathbb{R}^n$) dana jest ona następującym wzorem:

$$d_m(x,y) = \sum_{k=1}^{n} | x_k - y_k|$$

Z kolei wartość współczynnika r równa 2 definiuje metrykę euklidesową, w której, najprościej mówiąc, odległość pomiędzy dwoma punktami x i y stanowi długość łączącego je odcinka $\overline{xy}$. Formalnie stanowi ona zatem pierwiastek drugiego stopnia z sumy kwadratów różnic współrzędnych mierzonych punktów w każdym z wymiarów przestrzeni. W kartezjańskim układzie współrzędnych, jeżeli $x = (x1, x2, ..., xn)$ i $y = (y1, y2, ..., yn)$ są dwoma punktami w przestrzeni euklidesowej, to odległość między x i y opisuje równanie:

$$d(x,y) = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} (x_k - y_k)^2}$$

Co istotne, każda metryka, jako skonkretyzowana postać uogólnionej odległości Minkowskiego, musi spełniać cztery podstawowe aksjomaty: identyczności, nieujemności, symetryczności i nierówności trójkąta. Formalnie rzecz biorąc, metryka określona na zbiorze X to funkcja o postaci d: $\mathrm{X} \times \mathrm{X} \rightarrow \mathbb{R}$ (gdzie $\mathbb{R}$ jest zbiorem liczb rzeczywistych), która dla każdego punktu x, y, z należącego do zbioru X spełnia następujące warunki:

(A1) $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$ (aksjomat identyczności),

(A2) $d(x, y) \geq 0$ (aksjomat nieujemności),

(A3) $d(x, y) = d(y, x)$ (aksjomat symetryczności),

(A4) $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$ (aksjomat nierówności trójkąta).

Zgodnie z pierwszym aksjomatem odległość między danym obiektem a nim samym, która często bywa określana jako samopodobieństwo, zawsze wynosi zero i jest równa dla każdego obiektu. W odniesieniu do relacji podobieństwa oznacza to więc, że maksymalny stopień podobieństwa występuje między obiektem a nim samym. Konsekwencją tego warunku dla konstrukcji przestrzeni konceptualnej jest teza, że jeden obiekt może zajmować tylko jedno miejsce w przestrzeni, oraz że dwa różne obiekty nigdy nie mogą zajmować tego samego miejsca.

Zgodnie z drugim aksjomatem odległość między dwoma dowolnymi obiektami nigdy nie jest ujemna. Warunek ten czasami bywa pomijany w sytuacji, gdy przeciwdziedzinę funkcji odległości zdefiniujemy jako zbiór nieujemnych liczb rzeczywistych. Gärdenfors (2000: 18) przedstawia warunki A1 i A2 łącznie w postaci koniunkcji, którą określa mianem aksjomatu minimalności:

(A1') $d(x, y) \geq 0 \wedge [d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y]$ (aksjomat minimalności).

Aksjomat minimalności głosi po prostu, że odległość między dwoma obiektami musi być dodatnia i jako taka zawsze większa niż odległość między obiektem a nim samym. W odniesieniu do podobieństwa oznacza to, że dwa odrębne obiekty są mniej podobne do siebie nawzajem niż każdy z nich do siebie samego.

Kolejny z aksjomatów, tzw. aksjomat symetryczności, głosi, że odległość między obiektem x a obiektem y jest dokładnie taka sama jak między obiektem y a obiektem x. Co istotne, odległość nie zależy od uporządkowania owych obiektów, nie jest zatem również istotne, czy porównujemy obiekt x do y, czy obiekt y do x. W odniesieniu do podobieństwa oznacza to po prostu, że jest ono relacją nieskierowaną, tj. niezależnie od kierunku porównywania podobieństwo między dwoma obiektami jest takie same.

Wreszcie ostatni z aksjomatów, zwany nierównością trójkąta (bądź nierównością metryczną) głosi, że odległość między dwoma obiektami musi być co najwyżej taka jak suma odległości każdego z nich do obiektu trzeciego. W kontekście podobieństwa aksjomat ten sprowadza się w gruncie rzeczy do twierdzenia, że jeżeli obiekt x jest podobny do innego obiektu y, a y jest podobny do z, to w jakimś sensie x również powinien być podobny do z. Innymi słowy, jeżeli dany obiekt jest podobny do dwóch innych obiektów, one również powinny być do siebie podobne.

Przyjęcie geometrycznego modelu podobieństwa, które wiąże się z powiązaniem relacji podobieństwa z określoną metryką w modelu reprezentacyjnym, wymusza określoną koncepcję podobieństwa, tj. taką, która byłaby zgodna z aksjomatyką metryki Minkowskiego. Innymi słowy, psychologicznie pojęta relacja podobieństwa musi być relacją zwrotną, symetryczną i przechodnią, aby dała się skutecznie wymodelować w przestrzeni konceptualnej w zgodzie z aksjomatami minimalności, symetryczności i nierówności trójkąta. Określenie psychologicznie rozumianego podobieństwa jako relacji zwrotnej, symetrycznej i przechodniej stało się głównym punktem krytyki wymierzonej w model geometryczny. Krytyka ta ma przy tym charakter empiryczny: sprowadza się do próby wykazania, że dane eksperymentalne jednoznacznie potwierdzają niesymetryczny, niezwrotny i nieprzechodni charakter podobieństwa pojmowanego w kategoriach psychologicznych. W konsekwencji tak rozumiane podobieństwo okazuje się niemożliwe do ujęcia za pomocą modelu geometrycznego opartego na aksjomatach minimalności, symetryczności i nierówności metrycznej.

3. KRYTYKA GEOMETRYCZNEGO MODELU PODOBIEŃSTWA

Pierwsza grupa argumentów krytycznych wymierzona jest w aksjomat minimalności. Badania kwestionujące zasadność aksjomatu minimalności do celów modelowania podobieństwa pochodzą jeszcze z lat 50. XX wieku, m.in. z eksperymentów przeprowadzanych przez Ernsta Rothkopfa (1957). Badania te dotyczyły porównywania sparowanych sygnałów kodu Morse'a wysyłanych przez maszynę w odstępach 1,4 sekundy. Wbrew zasadzie minimalności te same sygnały często były przez badanych oceniane jako różne. Zgodnie zatem z zarzutami wysuniętymi przez Tversky'ego (1977) ocena stopnia identyczności tego samego bodźca w różnym czasie ekspozycji nie przyjmuje stałej wartości, co w konsekwencji podważa zasadność ujmowania samopodobieństwa w zgodzie z zasadą minimalności.

Z podobną krytyką spotkał się również aksjomat symetrii. Najbardziej znany argument przeciwko niemu przedłożył Tversky (1977: 328). Krytykę reguły symetrii przedstawił w serii eksperymentów dotyczących porównania podobieństwa między krajami. W pierwszej serii eksperymentu skonstruował 21 par krajów zgodnie ze schematem, w którym pierwszy kraj w parze odznaczał się większym stopniem prominencji niż drugi (np. Chińska Republika Ludowa — Wietnam Północny, USA — Meksyk). Weryfikacja stopnia prominencji była dokonywana za pośrednictwem ankiet. W drugiej serii eksperymentów dwie grupy badanych dostały przygotowane wcześniej pary. Wewnętrzny porządek par był różny w dwóch grupach, tj. jeżeli jedna para dostała „stopień podobieństwa *a* do *b*" , to druga dostała „stopień podobieństwa *b* do *a*". Kraj bardziej wyróżniający się w połowie przypadków pojawiał się w każdej pozycji. Eksperymenty wykazały, że stopień podobieństwa między elementami *a* i *b* oraz między *b* i *a* wykazywał silną asymetrię na korzyść elementu o mniejszym stopniu prominencji. Innymi słowy, kraj o większym stopniu prominencji (np. ZSRR) był uznawany za mniej podobny do kraju o mniejszym stopniu prominencji (np. PRL) niż odwrotnie, częściej również według ankietowanych służył on jako punkt odniesienia.

Wreszcie, z podobną krytyką spotkała się również reguła nierówności trójkąta. Zdaniem krytyków geometrycznego modelu podobieństwa pogwałcenie tego aksjomatu ma miejsce, gdy pośrednia odległość między dwoma punktami jest krótsza niż bezpośrednia odległość między nimi (Tversky, Gati 1982). Znaną krytykę bezpośrednio inspirowaną jeszcze XIX-wiecznym przykładem Jamesa (1890) podał Fred Attneave (1950). Krytyka ta bazowała na prostym przykładzie trójczłonowej relacji opartej na strukturze podobieństwa analogicznej do relacji odległości danej przez nierówność trójkąta: „Księżyc jest podobny do lampy, księżyc jest podobny do piłki, lecz lampa nie jest podobna do piłki". Schemat owej relacji „x jest podobne do y, x jest podobne do z, ale y nie jest podobne do z": $P(k, l) \wedge P(k, p) \wedge \neg P(l, p)$ — przełożony na relację odległości — oznacza, że suma odległości $d(l, k)$ oraz $d(k, p)$ jest znacząco mniejsza od odległości $d(l, p)$, co stanowi całkowite pogwałcenie aksjomatu nierówności trójkąta. Podobnego argumentu opartego na tym samym schemacie użył również Tversky (1977), używając przykładu relacji podobieństwa między państwami. Przykład Tversky'ego miał następującą postać: Chociaż Jamajka jest podobna do Kuby (pod względem położenia geograficznego), Kuba zaś jest podobna do Rosji (pod względem politycznego ustroju), to nie oznacza to, że Jamajka jest podobna do Rosji. Przykład Tversky'ego przeprowadzony w formie eksperymentów empirycznie potwierdził pogwałcenie aksjomatu nierówności trójkąta.

W dalszej części artykułu postaram się wykazać, że przedstawiona krytyka modelu geometrycznego w kontekście teorii przestrzeni konceptualnych jest zasadna tylko dla aksjomatu symetryczności. Argumenty krytyczne na rzecz pogwałcenia aksjomatu minimalności w istocie nie dotyczą skali podobieństwa, a zaproponowane przez Gärdenforsa kontekstualne rozszerzenie modelu geometrycznego pozwala zbić argumentację wymierzoną w pogwałcenie zasady nierówności metrycznej. Odparcie krytyki dotyczącej pogwałcenia zasady symetryczności wymaga z kolei rozszerzenia modelu kontekstowego o stosunek wag prominencji. Rozwiązanie uwzględniające ów stosunek przedstawię w ostatniej części pracy.

4. ODPOWIEDŹ NA KRYTYKĘ

Z całą pewnością nie można zaprzeczyć, że wbrew temu, co zdaje się głosić aksjomat minimalności, istnieją liczne dowody empiryczne potwierdzające, iż często ten sam obiekt doświadczany w różnym czasie jest mylnie brany za dwa różne obiekty czy też że różne obiekty są mylnie uznawane za to samo. Jednakże samo występowanie pomyłek nie dowodzi braku zwrotności psychologicznie rozumianej relacji podobieństwa. Pomyłki osób badanych nie znaczą bowiem, że nie są one skłonne uznać dowolnego obiektu *x* za maksymalnie podobny do samego siebie. Co więcej, zostało eksperymentalnie potwierdzone, że częstotliwość tych pomyłek różni się w zależności od badanego oraz że warunkiem ich zaistnienia jest bardzo wysoki stopień podobieństwa porównywanych obiektów i bardzo krótki czas ich ekspozycji podczas eksperymentu (Melara 1992). Naruszenie zasady minimalności radykalnie zmniejszało się wraz z większym zakresem zróżnicowania obiektów oraz ich dłuższym czasem ekspozycji. Można więc przypuszczać, jak słusznie wskazuje Melara (1992), że eksperyment Rothkopfa (1957) nie dowodzi w istocie pogwałcenia aksjomatu minimalności, gdyż nie obrazuje zależności związanych z miarą podobieństwa, lecz z miarą podatności na błąd.

Co więcej, istnieje geometryczny model podobieństwa zaproponowany przez Carol Krumhansl (1978), który pozwala w intuicyjny sposób wyjaśnić rzekome pogwałcenie zasady minimalności również w kategoriach podobieństwa *par excellence*. Model gęstości (ang. *distance-density model*) oprócz funkcji odległości między punktami uwzględnia bowiem również gęstość punktów otaczających reprezentacje obiektu w przestrzeni. Zgodnie z twierdzeniem Krumhansl, dwa obiekty w przestrzeni o większej gęstości punktów je otaczających są mniej podobne do siebie niż tak samo oddalone dwa obiekty w obszarze o mniejszej gęstości. Przy czym współczynnik gęstości może odpowiadać równie dobrze bliskości w domenie przestrzeni co częstotliwości w domenie czasu. Matematyczna reprezentacja modelu zaproponowanego przez Krumhansl, która uwzględnia zarówno odległość między punktami, jak i miarę gęstości regionu otaczającego owe punkty, jest dana następującym wzorem:

$$\bar{d}(x, y) = d(x, y) + \alpha\delta(x) + \beta\delta(y),$$

gdzie $\bar{d}(x, y)$ to odległość między punktami x i y, $\delta(x)$ i $\delta(y)$ stanowią miary przestrzennej gęstości w rejonie otaczającym oba punkty, a α i β to stałe odzwierciedlające względne wagi przypisane wartościom owych gęstości. Model ten dopuszcza naruszenie aksjomatu minimalności, ponieważ odległość między danym punktem a nim samym, którą można wyrazić jako:

$$\bar{d}(x, x) = (\alpha + \beta)\ \delta(x),$$

jest bezpośrednio zależna od gęstości regionu otaczającego punkt x. Oznacza to, że stopień samopodobieństwa porównywanego obiektu jest odwrotnie proporcjonalny do stopnia gęstości regionu, w jakiej jest on porównywany. Innymi słowy, im mniejsza liczba bliskich sąsiadów, tym stosunkowo większa miara samopodobieństwa.

Podobnie jak aksjomat minimalności daje się również obronić aksjomat nierówności trójkąta. Argumentacja zastosowana w analizowanym przykładzie lampa-księżyc-piłka niedostatecznie eksplikuje bowiem zmienny kontekst porównawczy, który odgrywa w podanym przez krytyków przykładzie zasadniczą rolę. Kontekst porównawczy w tym przypadku stanowi całkowicie inny wymiar, w którym obiekty podlegają zestawieniu. Lampa do księżyca jest porównywana w aspekcie dostarczania światła, tj. w wymiarze luminescencji, a księżyc porównywany do piłki podlega zestawieniu w wymiarze kształtu, tj. w aspekcie okrągłości. Lecz lampa nie ma wspólnego wymiaru porównywania z piłką, ponieważ brak im wspólnego kontekstu porównawczego. W trakcie porównywania zawsze dochodzi do ewaluacji stopnia prominencji poszczególnych wymiarów, w wyniku której co najmniej jeden z wymiarów jest uznawany za bardziej istotny od innych. Istotność danego wymiaru, a co za tym idzie prominencja określonej cechy, jest zmienna i jako taka stanowi funkcję kontekstu. W konsekwencji, podobnie jak w przykładzie z lampą, księżycem i piłką (lub państwami w przykładzie Tversky'ego) relacje podobieństwa mogą ulegać zmianie między poszczególnymi zadaniami dotyczącymi jego oceny. Skoro zaś nie można uznać tych samych relacji podobieństwa, nie można mówić również o naruszeniu zasady nierówności trójkąta, ta bowiem dotyczy jedynie dystrybucji jednej i tej samej relacji.

Warto zwrócić uwagę, że przedstawiona wyżej argumentacja na rzecz pogwałcenia zasady nierówności trójkąta nie dotyczy sytuacji, w której obiekty są porównywane w tym samym kontekście. Istotne jest zatem uwzględnienie kontekstu w modelu oceny podobieństwa. Wobec tego Gärdenfors (2000: 20) za Nosofskym (1986) proponuje uwzględniać wagi przypisane określonym domenom, które to wagi stanowiłyby funkcję zmieniającego się kontekstu. Podobieństwo uwzględniające wagę określonych wymiarów reprezentowane w metryce euklidesowej byłoby wyrażone wzorem:

$$s_c(x,y) = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} w_1 \cdot (x_k - y_k)^2}$$

gdzie zmienna w_1 oznacza określoną wagę zależną od kontekstu, reprezentującą zmienny stopień istotności danego wymiaru. Wprowadzenie kontekstowych wag do modelu umożliwia zniwelowanie dysproporcji skali podobieństwa, które stanowiły główny punkt krytyki dotyczącej naruszenia reguły nierówności trójkąta. Duża wartość wagi przypisanej danemu wymiarowi powoduje „rozciągnięcie" przestrzeni w tym wymiarze, mała wartość skutkuje zaś jej „skurczeniem" (Gärdenfors 2000: 20).

Bez wątpienia największe trudności wiążą się jednak z próbą obrony aksjomatu symetrii w geometrycznym modelu podobieństwa. Należy bowiem zgodzić się z Tverskym, że relacja podobieństwa zwyczajnie nie jest relacją symetryczną, co jego eksperymenty potwierdziły w całej gamie domen. Próba obrony geometrycznego modelu podobieństwa musi zatem z konieczności zmierzać do wypracowania takiej postaci modelu geometrycznego, która uwzględniałaby potwierdzoną przez Tversky'ego zasadę asymetrii.

Nawiasem mówiąc, nie jest prawdą, że każdy geometryczny model podobieństwa jest niewrażliwy na kwestie asymetrii. Choćby wzmiankowany wcześniej model gęstości umożliwia uwzględnienie niesymetrycznego rozłożenia podobieństwa. W propozycji Krumhansl symetria będzie miała miejsce, tylko jeżeli wagi przypisane gęstości wokół punktów reprezentujących obiekty oraz przypisane owym gęstościom wagi będą równe, tj. odległość x do y $\bar{d}(x, y)$ będzie równa odległości y do x $\bar{d}(y, x)$ wtw $\alpha = \beta$ oraz $\delta(x) = \delta(y)$. Asymetria może zatem wystąpić, jeżeli przestrzenna gęstość otaczająca jeden z obiektów wpływa bardziej na miarę podobieństwa niż przestrzenna gęstość otaczająca drugi obiekt (sytuacja ta odpowiada po prostu różnym wagom gęstości reprezentowanym przez zmienne α i β), lub gdy obiekty są usytuowane w regionach o różnych gęstościach, a wagi przypisane owym gęstościom ich nie równoważą. Model ten nie uwzględnia jednak stopnia istotności bodźców, lecz jedynie ich kontekst rozumiany jako bezpośrednia gęstość regionu; nie jest on więc zgodny z odkrytym przez Tversky'ego efektem asymetrii podobieństwa, zgodnie z którym bardziej prominentny obiekt jest mniej podobny do obiektu o mniejszym stopniu prominencji niż odwrotnie. Jedynym wyjaśnieniem tego zjawiska w modelu gęstości musiałaby być zależność, zgodnie z którą obiekt o mniejszym stopniu prominencji jest zlokalizowany w regionie przestrzeni o większej gęstości, a taka sytuacja oczywiście ma miejsce stosunkowo rzadko.

Na podobne trudności w wyjaśnieniu asymetrycznego ukierunkowania relacji podobieństwa w stronę obiektu o mniejszym stopniu ważności natrafia również model Gärdenforsa. Zróżnicowanie stopnia istotności wymiaru wyznaczonego przez funkcje kontekstu nie umożliwia bowiem wpisania zjawiska asymetrii podobieństwa w model. Gdy porównujemy dwa obiekty, kontekst ich porównywania pozostaje bowiem ten sam, co ma swoje odzwierciedlenie w wyróżnianiu jednej z domen jako bardziej istotnej. Innymi słowy, zarówno gdy porównujemy USA do Meksyku, jak i Meksyk do USA, wyróżnioną domeną będzie położenie geograficzne obu leżących w Ameryce Północnej państw. Co więcej, jeżeli nawet uznamy, że asymetria powstaje w wyniku zyskania na znaczeniu innych dodatkowych wymiarów, różnych zależnie od kierunku porównywania, których suma wpływa na całościowy kontekst porównawczy, nie tłumaczy to ustaleń Nosofsky'ego (1991), zgodnie z którymi w wielu przypadkach asymetria powstaje nie na skutek samego kontekstu, lecz odzwierciedla różne właściwości samych indywiduów. Zatem aby ominąć powyższe trudności, należy w modelu podobieństwa uwzględnić stopień prominencji porównywanych obiektów, tak aby pozostawał w zgodzie z ogólnym schematem asymetrii Tversky'ego, w którym element mniej wyróżniający się okazuje się bardziej podobny do elementu wyróżniającego się bardziej aniżeli odwrotnie.

Zaproponowane rozwiązanie sprowadza się zatem do rozszerzenia kontekstowego modelu podobieństwa Gärdenforsa o stopnie prominencji porównywanych obiektów. Co istotne, rozwiązanie to nie może jednak przebiegać w sposób analogiczny do kontekstowego rozszerzenia zaproponowanego przez Gärdenforsa. Samo uwzględnienie wag istotności nie zapewnia bowiem korelacji odwrotnie proporcjonalnego wzrostu jego stopnia do wartości podobieństwa. Konieczne jest zatem wyrażenie stopnia ważności porównywanych obiektów w kategoriach ich stosunku.

Zaproponuję tu model — zwany asymetrycznym kontekstowym modelem podobieństwa — uwzględniający kontekst oraz stosunek stopni istotności porównywanych obiektów:

$$s_{kp}(x,y) = s_c(x,y) \times \frac{i_y}{i_x},$$

gdzie $s_c(x, y)$ oznacza symetryczną relację podobieństwa uwzględniającą kontekst (dzięki przypisaniu określonych wag poszczególnym wymiarom w n-wymiarowej przestrzeni) daną wzorem:

$$s_c(x,y) = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} w_k \cdot (x_k - y_k)^2},$$

gdzie i_y oraz i_x stanowią stopnie istotności przypisane odpowiednio obiektom y i x.

Na podstawie zaproponowanego modelu można wyjaśnić opisaną przez Tversky'ego asymetryczność relacji podobieństwa danych obiektów uzależnioną od stopnia ich prominencji. Zakładając, że porównujemy dwa obiekty o_1 i o_2 o różnym stopniu istotności, tj. takim że $i(o_1) > i(o_2)$, podobieństwo o_1 do o_2 będzie mniejsze niż podobieństwo o_2 do o_1, ponieważ iloraz wag istotności jest większy, gdy rozpatrujemy relację od strony o_2. Zaproponowany model spełnia również nierówność trójkąta, ponieważ jest wrażliwy na zmiany kontekstu porównawczego, dzięki możliwości przypisania określonych wag poszczególnym wymiarom w przestrzeni. Pozwala on również, w sposób analogiczny do rozwiązania Krumhansl, wyjaśnić zjawisko rzekomego pogwałcenia zasady minimalności, dzięki możliwości uwzględnienia parametru gęstości przestrzennej w wagach stopnia istotności. Podsumowując, przedstawiona w trzeciej części tekstu krytyka modelu geometrycznego ma zastosowanie jedynie do dość naiwnie rozumianej jego wersji, będącej bezpośrednią transpozycją funkcji odległości na relację podobieństwa. Dzięki zaproponowanym w tekście rozszerzeniom geometrycznego modelu podobieństwa krytyka ta staje się bezprzedmiotowa.

Na zakończenie warto odnotować ciekawą propozycję kształtowania się asymetryczności podobieństwa na poziomie przedpojęciowym autorstwa Roberta Piłata (2007: 82-83), który odwołuje się do użytego przez Gärdenforsa (2000: 221-225) mechanizmu samoorganizujących się map Kohonena (1995) w sztucznych sieciach neuronowych. Gärdenfors wykorzystuje ten mechanizm do wymodelowania zjawiska generalizacji przedpojęciowej, starając się tym samym odpowiedzieć na pytanie o możliwość generalizacji partykularnej obserwacji do prawa ogólnego, czy też po prostu o warunki procesu uczenia się pojęć (Gärdenfors 2000: §6.1). Ponieważ działanie sieci neuronowej opartej na mechanizmie samoorganizujących się map Kohonena jest nieodwracalne, jako że sieć nie mieści w sobie rekursywnych funkcji obliczeniowych, które pozwoliłyby jej prześledzić hierarchie własnej struktury, to możliwe jest skuteczne wymodelowanie procesu powstawania podobieństwa niesymetrycznego (Piłat 2007: 83). Rozwiązanie to służy Piłatowi (2007: 80) do wyjaśnienia typowości doświadczenia w teorii Gärdenforsa — za fenomenologami przyjmuje, że geneza tego zjawiska zasadza się na asymetrycznym podobieństwie.

Geometryczny model zakładany przez Gärdenforsa ujmuje jednak podobieństwo w kategoriach relacji symetrycznej. Zaproponowane tutaj rozwiązanie pozwala zatem wyjaśnić typowość doświadczenia w kategoriach modelu podobieństwa, bez konieczności odwoływania się do poziomu przedpojęciowego. Mechanizm samoorganizujących się map Kohonena może natomiast posłużyć za model genezy niesymetrycznej relacji podobieństwa. Propozycja ta musi niestety pozostawać w sferze hipotez, ponieważ wszelkie sposoby modelowania warstwy przed-pojęciowej:

> opierają się na zasadach częściowo przyjmowanych *ad hoc*. [...] Dlatego nie potrafimy odpowiedzieć na pytanie, czy wprowadzane zasady są pomocniczymi narzędziami w konstrukcji modeli wyjaśniających czy wewnętrznymi składnikami wyjaśnianych zjawisk (Piłat 2007: 83).

Wydaje się, że wątpliwości te są uzasadnione również w przypadku przedsięwzięć związanych z konstytucją warstwy pojęciowej *per se*, a co za tym idzie także przedstawionego tu modelu podobieństwa. Rzecz jasna, nie oznacza to, że nie należy ich podejmować.

BIBLIOGRAFIA

Attneave F. (1950), *Dimensions of Similarity*, „The American Journal of Psychology" 63(4), 516-556.

Bassok M. (2003), *Analogical Transfer in Problem Solving* [w:] *Psychology of Problem Solving*, J. E. Davidson, R. J. Sternberg (red.), New York, NY: Cambridge University Press, 343-369.

Collins A. M., Loftus E. F. (1975), *A Spreading Activation Theory of Semantic Processing*, „Psychological Review" 82(6), 407-428.

Collins A. M., Quillian M. R. (1969), *Retrieval Time from Semantic Memory*, „Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior" 8(2), 240-247.

Coombs C. H. (1964), *A Theory of Data*, New York, NY: Wiley.

Gärdenfors P. (2000), *Conceptual Spaces. On the Geometry of Thought*, Cambridge, MA: MIT Press.

Gärdenfors P. (2004), *Conceptual Spaces as a Framework for Knowledge Representation*, „Mind and Matter" 2(2), 9-27.

Gärdenfors P. (2014), *The Geometry of Meaning. Semantics Based on Conceptual Spaces*, Cambridge, MA: MIT Press.

James W. (1890), *Principles of Psychology*, New York, NY: Holt.

Jäger G. (2010), *Natural Color Categories Are Convex Sets* [w:] *Logic, Language and Meaning*, M. Aloni, H. Bastiaanse, T. de Jager, K. Schulz (red.), Berlin: Springer, 11-20.

Kohonen T. (1995), *Self-Organizing Maps*, Berlin: Springer.

Krumhansl C. (1978), *Concerning the Applicability of Geometric Models to Similarity Data. Interrelationship between Similarity and Spatial Density*, „Psychological Review" 85(5), 445-463.

Lakoff G. (1987), *Women, Fire, and Dangerous Things*, Chicago, IL: University of Chicago Press.

Lin P-H., Luck S. J. (2009), *The Influence of Similarity on Visual Working Memory Representations*, „Visual Cognition" 17(3), 356-372.

Melara R. D. (1992), *The Concept of Perceptual Similarity. From Psychophysics to Cognitive Psychology* [w:] D. Algom (red.), *Psychophysical Approaches to Cognition*, Amsterdam: Elsevier.

Mervis C., Rosch E. (1981), *Categorization of Natural Objects*, „Annual Review of Psychology" 32, 89-115.

Nosofsky R. M. (1986), *Attention, Similarity, and the Identification-Categorization Relationship*, „Journal of Experimental Psychology: General" 115(1), 39-57.

Nosofsky R. M. (1991), *Stimulus Bias, Asymmetric Similarity, and Classification*, „Cognitive Psychology" 23, 91-140.

Okabe A., Boots B., Sugihara K. (1992), *Spatial Tessellations. Concepts and Applications of Voronoi Diagrams*, New York, NY: Wiley.

Piłat R. (2007), *O istocie pojęć*, Warszawa: Wydawnictwo Instytutu Filozofii i Socjologii PAN.

Rosch E. (1975), *Cognitive Representations of Semantic Categories*, „Journal of Experimental Psychology" 104, 192-233.

Rosch E. (1978), *Prototype Classification and Logical Classification. The Two Systems* [w:] E. F. Scholnik (red.), *New Trends in Cognitive Representation. Challenges to Piaget's Theory*, Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 73-86.

Rothkopf E. Z. (1957), *A Measure of Stimulus Similarity and Errors in some Paired-Associate Learning Task*, „Journal of Experimental Psychology" 53, 93-101.

Shepard R. N. (1962), *The Analysis of Proximities. Multidimensional Scaling with an Unknown Distance Function. Part 1*, „Psychometrika" 27, 125-140.

Tversky A. (1977), *Features of Similarity*, „Psychological Review" 84(4), 327-352.

Tversky A., Gati I. (1982), *Similarity, Separability, and the Triangle Inequality*, „Psychological Review" 89(4), 123-154.

Weber M., Osherson D. (2010), *Similarity and Induction*, „Review of Philosophy and Psychology" 1(2), 245-264.

Weber M., Osherson D. (2014), *Category-Based Induction from Similarity of Neural Activation*, „Cognitive, Affective, & Behavioral Neuroscience" 14(1), 24-36.

Whitehead A. N. (1906), *The Axioms of Projective Geometry*, London: Forgotten Books.