Filozofia Nauki
Rok XXIII, 2015, Nr 3(91)

Rafał Szczepiński

Logiki relewantne i informacja

1. SEMANTYKA RELACYJNA DLA LOGIK RELEWANTNYCH

Logiki relewantne zaliczamy do logik nieklasycznych. Celem ich budowy jest przede wszystkim wyeliminowanie twierdzeń implikacyjnych, w których poprzednik jest irrelewantny względem następnika. Logiki relewantne rozwijają w sposób formalny ideę, zgodnie z którą między poprzednikiem a następnikiem prawdziwego zdania implikacyjnego powinien zachodzić pewien związek znaczeniowy lub treściowy. Z uwagi na to, że logiki relewantne odrzucają warunek eksplozyjności, można je zaliczyć do grupy logik parakonsystentnych.

Semantykę relacyjną dla logik relewantnych konstruuje się podobnie do semantyki dla logik modalnych. Podstawową różnicę stanowi fakt, że obecną w semantyce dla logik modalnych dwuczłonową relację osiągalności zastępuje się relacją trójczłonową (Routley, Meyer 1973).

DEFINICJA 1.

Relewantną strukturą relacyjną nazywamy trójkę $\boldsymbol{A} = \langle U, R, 0\rangle$, gdzie $U \neq \varnothing$ jest zbiorem, $R \subseteq U \times U \times U$ jest relacją określoną na elementach zbioru U (zwaną relacją osiągalności), a $0 \in U$ jest pewnym wyróżnionym elementem zbioru U.

Elementy zbioru U zwyczajowo nazywa się światami możliwymi lub możliwymi sytuacjami. Element $0 \in U$ reprezentuje świat (sytuację) logicznie uprzywilejowany. Przyjmuje się też następujące skróty definicyjne:

DEFINICJA 2.

$R^2(ab)cd$ wtw istnieje taki $x \in U$, że $Rabx$ i $Rxcd$.

$R^2a(bc)d$ wtw istnieje taki $x \in U$, że $Raxd$ i $Rbcx$.
Dla dowolnych $a, b \in U$, $a \leq b$ wtw $R0ab$.

Od relacji R wymaga się spełnienia przynajmniej następujących warunków:

P1 Jeżeli $Rabc$ oraz $a' \leq a$, to $Ra'bc$. (monotoniczność)

P2 $R0aa$ (identyczność)

DEFINICJA 3.

Niech Zm oznacza zbiór zmiennych zdaniowych. *Modelem relacyjnym* (na strukturze $\boldsymbol{A}$) nazywamy parę $\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{A}, V \rangle$, gdzie $\boldsymbol{A}$ jest relewantną strukturą relacyjną (określoną jak wyżej), a $V\colon Zm \to 2^U$ jest funkcją wartościowania zmiennych, przyporządkowującą każdej poszczególnej zmiennej zbiór sytuacji, w których jest ona spełniona.

$V(p) \subseteq U$ oznacza zbiór sytuacji, w których zmienna p jest spełniona. Na funkcję V nakłada się warunek (atomowej) dziedziczności:

(H) Dla dowolnej $p \in Zm$, jeżeli $a \in V(p)$ i $a \leq b$, to $b \in V(p)$.

Definicję relacji spełniania formuły A w świecie a modelu $\boldsymbol{M}$ (symbolicznie $(\boldsymbol{M}, a) \vDash A$) wyrażają następujące warunki:

DEFINICJA 4.

(At) $(\boldsymbol{M}, a) \vDash p$ wtw $a \in V(p)$, dla dowolnej $p \in Zm$.

($\wedge$) $(\boldsymbol{M}, a) \vDash A \wedge B$ wtw $(\boldsymbol{M}, a) \vDash A$ i $(\boldsymbol{M}, a) \vDash B$.

($\vee$) $(\boldsymbol{M}, a) \vDash A \vee B$ wtw $(\boldsymbol{M}, a) \vDash A$ lub $(\boldsymbol{M}, a) \vDash B$.

($\to$) $(\boldsymbol{M}, a) \vDash A \to B$ wtw dla dowolnych sytuacji b, c, jeśli $Rabc$ oraz $(\boldsymbol{M}, b) \vDash A$, to $(\boldsymbol{M}, c) \vDash B$.

Warunek (H) daje się łatwo uogólnić na dowolne formuły:

(H') Jeżeli $(\boldsymbol{M}, a) \vDash A$ oraz $a \leq b$, to $(\boldsymbol{M}, b) \vDash A$.

DEFINICJA 5.

(1) Model $\boldsymbol{M}$ potwierdza (weryfikuje) formułę A wtw $(\boldsymbol{M}, 0) \vDash A$.

(2) Formuła B wynika z formuły A w modelu $\boldsymbol{M}$ wtw dla dowolnej sytuacji $a \in U$, jeśli $(\boldsymbol{M}, a) \vDash A$, to $(\boldsymbol{M}, a) \vDash B$.

(3) Formuła A jest tautologią wtw jest ona potwierdzona w każdym modelu (opartym na strukturze $\boldsymbol{A}$).

Trójczłonowa relacja osiągalności pozwala na sfalsyfikowanie irrelewantnych twierdzeń implikacyjnych, takich jak $A \to (B \to B)$. Przypomnijmy, że w semantyce relacyjnej z dwuczłonową relacją osiągalności zdanie implikacyjne $A \prec B$ (gdzie $\prec$ oznacza implikację ścisłą) jest spełnione w sytuacji a ($a \vDash A \prec B$) wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdej sytuacji b dostępnej z a, jeżeli $b \vDash A$, to $b \vDash B$. Zdanie $B \prec B$, a w konsekwencji także zdanie $A \prec (B \prec B)$ jest zatem spełnione w każdej sytuacji. Wprowadzenie warunku spełniania $(\to)$ skutkuje odrzuceniem twierdzenia $A \to (B \to B)$. W strukturach relacyjnych z trójczłonową relacją osiągalności nie jest bowiem tak, że $a \vDash B \to B$ dla dowolnego a. Zawsze zachodzi jednak $0 \vDash B \to B$. Jak wynika z Definicji 5, dla potwierdzania formuły w modelu istotne jest to, czy jest ona potwierdzona w sytuacji 0. Bez trudu można skonstruować model, w którym $0 \nvDash A \to (B \to B)$. Niech $a \vDash A$, $b \vDash B$, $c \nvDash B$ oraz Rabc. Jak łatwo się przekonać, wówczas $a \nvDash B \to B$, a zatem na mocy identyczności R0aa, $0 \nvDash A \to (B \to B)$. Wystarczy, że $Rabc$, gdzie $b \vDash B$ i $c \nvDash B$. Sens relacji $Rabc$ możemy na razie przybliżyć następująco: b i c są miejscami, w których dokonuje się oceny, odpowiednio, poprzednika i następnika zdania warunkowego, natomiast a jest perspektywą dla owych ocen.

Przedstawiona semantyka charakteryzuje logikę $\mathbf{B}^+$ (pozytywny fragment bazowej logiki relewantnej **B**). Przypomnijmy aksjomaty i reguły tej logiki:

A1	$A \to A$	
A2	$A \wedge B \to A$	$A \wedge B \to B$
A3	$(A \to B) \wedge (A \to C) \to (A \to B \wedge C)$	
A4	$A \to A \vee B$	$B \to A \vee B$
A5	$(A \to C) \wedge (B \to C) \to (A \vee B \to C)$	
A6	$A \wedge (B \vee C) \to B \vee (A \wedge C)$	

Reguły wnioskowania:

MP	$A \to B, A/B$
Ad	$A, B/A \wedge B$
Aff	$A \to B, C \to D/(B \to C) \to (A \to D)$

Logika $\mathbf{B}^+$ jest stosunkowo słabą logiką relewantną. Silniejsze logiki można uzyskać przez wzbogacenie listy aksjomatów i nałożenie na relację R odpowiednich warunków (zob. Tabela 1).

Symbol	Własność relacji R	Aksjomat
P3	$Rabc \Rightarrow R^2a(ab)c$	$[(A \to B) \wedge (B \to C)] \to (A \to C)$
P4	$R^2(ab)cd \Rightarrow R^2a(bc)d$	$(A \to B) \to [(C \to A) \to (C \to B)]$
P5	$R^2(ab)cd \Rightarrow R^2b(ac)d$	$(A \to B) \to [(B \to C) \to (A \to C)]$
P6	$Raaa$	$[A \wedge (A \to B)] \to B$
P7	$R^2(ab)cd \Rightarrow R^2(ac)bd$	$[A \to (B \to C)] \to [B \to (A \to C)]$
P8	$Rabc \Rightarrow R^2(ab)bc$	$[A \to (A \to B)] \to (A \to B)$

Tabela 1.

Czysto formalny charakter semantyki relacyjnej stał się powodem jej krytyki. Zarzucono jej między innymi, że nie nadaje znaczenia stałym logicznym oraz nie ma intuicyjnej interpretacji (Copeland 1979). Nieformalna interpretacja semantyki, a zwłaszcza relacji R oraz warunku spełniania dla zdań implikacyjnych, powoduje pewne trudności. Zaproponowanych zostało kilka takich interpretacji, z których każda opiera się na pojęciu informacji. *Rabc* znaczy wówczas w przybliżeniu, że kombinacja informacji a i b daje informację c (Dunn 1986: 200). Idea takiego odczytania semantyki dla logik relewantnych pochodzi prawdopodobnie od Alasdaira Urquharta (1972). W skonstruowanej przez niego semantyce operacyjnej elementy zbioru U traktowane są jako „porcje informacji". Na zbiorze U określa się dwuargumentową operację $\circ$. Dla $a, b \in U$, $a \circ b$ oznacza kombinację informacji a i b. Idee te zostały na różne sposoby rozwinięte w trzech interpretacjach semantyki relacyjnej, które zostaną przedstawione w tej pracy.

2. TEORIA SYTUACJI

Wszystkie omawiane tu interpretacje semantyki dla logik relewantnych korzystają w mniejszym lub większym stopniu z aparatury pojęciowej *teorii sytuacji*. Wypada więc krótko przedstawić tę teorię.

Teoria sytuacji wywodzi się z semantyki sytuacyjnej, która powstała w latach osiemdziesiątych jako narzędzie analizy języka naturalnego (Barwise, Perry 1983). Budowana była ona głównie jako alternatywa względem semantyki światów możliwych i w zamierzeniu miała dostarczać adekwatniejszej analizy pojęć z zakresu semantyki. Teoria sytuacji stanowi matematyczno-ontologiczną podbudowę semantyki sytuacyjnej. Posłużyła także za podstawę teorii informacji i jednostek informacyjnych (Barwise 1989, Devlin 1991).

Podstawowym elementem przedstawianej teorii jest pojęcie sytuacji. W przeciwieństwie do światów możliwych sytuacje nie reprezentują tego, co *mogłoby być*, lecz to, co *jest* lub wydaje się, że jest. Ponadto cechuje je cząstkowość (tzn. nie rozstrzygają każdej kwestii). Zakłada się, że świat postrzegany jest przez poznający podmiot w postaci zbioru niesłychanie zróżnicowanych sytuacji. Keith Devlin (1991: 11) charakteryzuje je jako „części aktywności świata". Podmiot radzi sobie ze zróżnicowaniem sytuacji, identyfikując je i klasyfikując. Procedura identyfikacji polega na wyszczególnianiu zarówno samych sytuacji, jak i ich składników (w zależności do usytuowania podmiotu i jego potrzeb poznawczych). W teorii sytuacji wyróżnia się następujące rodzaje obiektów:

> indywidua, czyli przedmioty jednostkowe, które oznaczamy jako $a, b, c, a_1, a_2, a_3, \ldots$;
>
> relacje, oznaczane przez R, P, Q;
>
> lokalizacje przestrzenne i czasowe, które oznaczamy, odpowiednio, jako $l_1, l_2, l_3, \ldots$ oraz $t_1, t_2, t_3, \ldots$;
>
> sytuacje, czyli posiadające strukturę wewnętrzną obiekty złożone; oznaczamy je jako $s, s_1, s_2, s_3, \ldots$;
>
> typy, będące jednostkami klasyfikacyjnymi, które oznaczamy jako $A, B, C, \ldots, \Sigma, \Phi, \ldots$

Dana sytuacja może potwierdzać porcje informacji zwane *stanami rzeczy* lub *infonami*. Głównym elementem stanów rzeczy są relacje. Relacje są związkami czy też zależnościami między pewnymi obiektami, zwanymi *argumentami relacji*. Z każdą relacją skojarzony jest zbiór wskaźników, określanych jako *role* jej możliwych argumentów. Na przykład, relacji *widzenia* towarzyszą role widzącego podmiotu, widzianego przedmiotu, miejsca oraz czasu. Przypisanie każdej z ról odpowiedniego dla niej argumentu tworzy stan rzeczy. Ponieważ relacja między danymi obiektami może zachodzić lub nie zachodzić, dla zaznaczenia tego jej aspektu wprowadza się specjalny wskaźnik zwany *polaryzacją*, przyjmujący dwie wartości — 1 i 0. W pewnym uproszczeniu stan rzeczy składa się z relacji, jej argumentów oraz wskaźnika statusu (polaryzacji). Symbolicznie:

$$\sigma = \langle R, a_1, \ldots, a_n, i \rangle,$$

gdzie R jest relacją, $a_1, \ldots, a_n$ argumentami relacji, a $i \in \{1, 0\}$ polaryzacją[1]. Stan rzeczy $\sigma' = \langle R, a_1, \ldots, a_n, 1 - i \rangle$ nazywa się stanem dualnym do σ. Mówimy, że sytuacja *s potwierdza* stan rzeczy σ, jeżeli w sytuacji s zachodzi σ (symbolicznie $s \models \sigma$). Stan rzeczy σ nazywamy *faktem*, jeżeli istnieje sytuacja s taka, że $s \models \sigma$. Wyrażenia o postaci $s \models \sigma$ nazywamy *sądami w sensie Austina*[2].

---

[1] Stan rzeczy można także zapisać jako $\langle R, \alpha, i \rangle$, gdzie α jest częściową funkcją ze zbioru ról w zbiór obiektów.

[2] Od sądów w sensie Austina odróżnia się sądy w sensie Russella (Barwise, Etchemendy 1987).

Od sytuacji wymaga się, aby spełniały następujące dwa warunki:

> spójność: żadna sytuacja nie potwierdza dwóch dualnych względem siebie stanów rzeczy (nie istnieje s takie, że $s \vDash \sigma$ oraz $s \vDash \sigma'$, dla dowolnego σ).
>
> niezupełność: nie istnieje sytuacja największa (nie istnieje sytuacja s taka, że $s \vDash \sigma$ lub $s \vDash \sigma'$, dla dowolnego σ)[3].

W celach teoretycznych ontologię teorii sytuacji rozszerza się o *parametry*. Parametry są pewnego rodzaju zmiennymi, które mogą zastępować odpowiednie obiekty. Zapisujemy je pogrubioną czcionką: parametry odpowiadające indywiduom oznaczamy $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, …, parametry odpowiadające sytuacjom $\boldsymbol{s}$, $\boldsymbol{s}_1$, $\boldsymbol{s}_2$, … itd. Jeżeli $\langle \ldots p \ldots \rangle$ jest stanem rzeczy, w którego skład wchodzi obiekt p, to układ $\langle \ldots \boldsymbol{p} \ldots \rangle$, gdzie $\boldsymbol{p}$ jest parametrem odpowiadającym obiektowi p, nazywamy *parametrycznym stanem rzeczy* lub *infonem*[4]. W teorii sytuacji infony są podstawowymi dyskretnymi jednostkami informacji.

Od sytuacji realnych odróżnia się *sytuacje abstrakcyjne*. Sytuacja abstrakcyjna jest obiektem teoriomnogościowym — zbiorem infonów. Przyjmuje się, że każdej sytuacji realnej s odpowiada sytuacja abstrakcyjna s' taka, że $s' = \{\sigma \mid s \vDash \sigma\}$.

Funkcję (częściową) f ze zbioru parametrów X w zbiór obiektów nazywamy *interpretacją*, jeżeli każdemu parametrowi $\boldsymbol{p} \in X$ przypisuje ona obiekt $f(\boldsymbol{p})$ odpowiadający temu parametrowi[5]. Niech f będzie interpretacją, a $\langle \ldots \boldsymbol{p} \ldots \rangle$ infonem. Wówczas:

$$\langle \ldots \boldsymbol{p} \ldots \rangle[f] = \langle \ldots f(\boldsymbol{p}) \ldots \rangle.$$

Zatem $\sigma[f]$ oznacza rezultat zastąpienia każdego parametru $\boldsymbol{p}$ z dom(f), który występuje jako wolny w σ, wartością $f(\boldsymbol{p})$. Zauważmy, że stany rzeczy można traktować jako infony o pustym zbiorze parametrów i odwrotnie: infony to stany rzeczy zawierające parametry. Wobec tego relację potwierdzania rozszerza się tak, by obejmowała również infony. Mówimy, że sytuacja s potwierdza infon σ przy interpretacji f, jeżeli $s \vDash \sigma[f]$. Sytuacja s potwierdza infon σ, jeżeli istnieje funkcja f taka, że $s \vDash \sigma[f]$.

Za pomocą stosownych operacji tworzy się infony złożone i odpowiednio rozszerza się dla nich relację potwierdzania:

> Negacja: $s \vDash \neg\sigma$ wtw $s \vDash \sigma'$.
>
> Koniunkcja: $s \vDash \sigma \wedge \varphi$ wtw $s \vDash \sigma$ oraz $s \vDash \varphi$.
>
> Alternatywa: $s \vDash \sigma \vee \varphi$ wtw $s \vDash \sigma$ lub $s \vDash \varphi$.

---

[3] Zgodnie z tym warunkiem świat (jako całość) nie jest sytuacją.

[4] Mianem infonów określa się niekiedy również stany rzeczy.

[5] W literaturze anglojęzycznej funkcję f określa się terminem *anchor*.

Kwantyfikacja egzystencjalna: jeżeli σ jest infonem zawierającym parametr $\boldsymbol{p}$, to $s \vDash \exists \boldsymbol{p}(\sigma)$ wtw istnieje obiekt a oraz interpretacja f taka, że $s \vDash \sigma[f_{p/a}]$[6].

W podobny sposób można zdefiniować kwantyfikację ogólną infonów.

W omawianej teorii przyjmuje się, że poznający podmiot potrafi nie tylko wyszczególniać, lecz także klasyfikować sytuacje. Klasyfikowanie przypomina proces abstrakcji: podmiot łączy w grupę sytuacje mające pewną wspólną cechę (np. sytuacje, w których dwoje ludzi rozmawia). Niech σ będzie infonem, a $\boldsymbol{s}$ parametrem sytuacyjnym. Wówczas konstrukcję $\Sigma = [\boldsymbol{s} \mid \boldsymbol{s} \vDash \sigma]$ nazywamy *typem* sytuacji, które potwierdzają σ. Infon σ określamy mianem *infonu uwarunkowanego przez* Σ (i oznaczamy jako $cond(\Sigma)$). Gdy σ jest infonem nieparametrycznym (stanem rzeczy), typ Σ nazywamy *typem nieparametrycznym*. Sytuacja s jest typu Σ (symbolicznie $s : \Sigma$), jeżeli istnieje interpretacja f taka, że $s \vDash \sigma[f]$, gdzie $\sigma = cond(\Sigma)$. W podobny sposób można też wprowadzić inne rodzaje typów, np. $A = [\boldsymbol{a} \mid s \vDash \sigma]$, gdzie $\sigma = \langle \ldots \boldsymbol{a} \ldots \rangle$ jest typem przedmiotów ugruntowanych przez sytuację s. Zauważmy, że jeśli $\Sigma = [\boldsymbol{s} \mid \boldsymbol{s} \vDash \sigma]$ jest typem sytuacji, to dla sytuacji s zachodzi:

$$s : \Sigma \text{ wtw } s \vDash \sigma$$ [7].

Dla logik relewantnych istotna jest idea, zgodnie z którą przepływ informacji możliwy jest dzięki istnieniu w świecie pewnych obiektywnych zależności (regularności). Założenie to przeniesione na grunt teorii sytuacji głosi, że zależności te występują między różnymi sytuacjami. Mogą mieć charakter naturalny (nomologiczny) lub konwencjonalny (np. zależności lingwistyczne). Określa się je mianem *ograniczeń* (*constraints*). Ograniczeniom można nadać formę infonów:

$$C = \langle \Rightarrow, \Sigma, \Phi, 1 \rangle,$$

gdzie $\Rightarrow$ jest relacją *pociągania*, a Σ i Φ są typami sytuacji[8]. Tego rodzaju infon dostarcza informacji, że dla każdej sytuacji typu Σ istnieje sytuacja typu Φ. Bardziej złożone regularności opisywane są przez *ograniczenia warunkowe* (*relatywne*). Przyjmują one formę następującego infonu:

$$C_R = \langle \Rightarrow, \Sigma, \Phi, \Sigma', 1 \rangle.$$

Intuicyjnie rzecz biorąc, sytuacja typu Σ pociąga sytuację typu Φ relatywnie do sytuacji typu Σ', jeżeli dla każdej pary sytuacji typu Σ i Σ' istnieje sytuacja typu Φ.

---

[6] Barwise inaczej definiuje infony skwantyfikowane. Zob. Barwise 1989 (*Situations, Facts, and True Propositions*).

[7] Z uwagi na tę równoważność sądem w sensie Austina nazywamy też wyrażenie $s : \Sigma$.

[8] Za takim ujęciem ograniczeń opowiadają się Israel i Perry (1990).

2.1. Model przepływu informacji Israela–Perry'ego

Aparatura pojęciowa teorii sytuacji wykorzystana została do budowy modelu przepływu informacji (Israel, Perry 1990). Jak już wspomniano, przyjmuje się, że przepływ informacji możliwy jest dzięki istnieniu ograniczeń. Umożliwiają one pozyskanie informacji o danej sytuacji z informacji o innej sytuacji. W ujęciu Israela i Perry'ego informacja ma naturę propozycjonalną. Autorów interesują struktury nazywane przez nich *sprawozdaniami informacyjnymi* (*information reports*). Sprawozdanie informacyjne ma postać:

Fakt σ niesie informację, że $\boldsymbol{P}$.

σ nazywa się w tym wypadku *faktem wskazującym*. Z informacji, że sytuacja s jest typu Σ (ze względu na interpretację f), podmiot może na podstawie znajomości ograniczenia $C = \langle \Rightarrow, \Sigma, \Phi, 1 \rangle$ uzyskać informację, że istnieje sytuacja s' typu Φ (względem interpretacji f). Uzyskana w ten sposób informacja ma więc postać sądu, że $cond(\Phi)[f]$ jest faktem. Ten rodzaj informacji nazywamy *czystą informacją* (*pure information*):

DEFINICJA 6.

Fakt σ niesie czystą informację, że $\boldsymbol{P}$, ze względu na ograniczenie C, wtw (i) $C = \langle \Rightarrow, \Sigma, \Phi, 1 \rangle$ oraz (ii) dla każdej interpretacji f takiej, że $\sigma = cond(\Sigma)[f]$, $\boldsymbol{P} = \exists s'(s' \vDash \exists a_1, \ldots, a_n(cond(\Phi)[f])$.

Innymi słowy, $\boldsymbol{P}$ jest sądem głoszącym, że stan rzeczy zawierający obiekty $a_1, \ldots, a_n$, będącymi wartościami parametrów $\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_n$, jest faktem.

Israel i Perry zauważają, że przepływ informacji podlega pewnym ogólnym prawom. Jednym z nich jest zasada przechodniości przepływu informacji (*Xerox Principle*) sformułowana przez Freda Dretskego (1981: 57): jeżeli A niesie informację, że B, i B niesie informację, że C, to A niesie informację, że C. W ramach teorii Israela–Perry'ego można ją zrekonstruować następująco:

(XP) Jeżeli $\langle \Rightarrow, T, S, 1 \rangle$ i $\langle \Rightarrow, S, U, 1 \rangle$, to $\langle \Rightarrow, T, U, 1 \rangle$.

Przykład (Israel, Perry 1990). Rozważmy następujące sprawozdanie informacyjne. Fakt, że obraz widoczny na zdjęciu rentgenowskim jest taki a taki, niesie (czystą) informację, że istnieje pies, któremu wykonano to zdjęcie, i ma on złamaną nogę. Niech:

$C = \langle \Rightarrow, \Sigma, \Phi, 1 \rangle$, gdzie:

$\Sigma = [\boldsymbol{s} \mid \boldsymbol{s} \vDash \langle \text{Jest-zdjęciem-rtg}, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{t}, 1 \rangle \wedge \langle \text{Ma-utrwalony-obraz-}\boldsymbol{Z}, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{t}, 1 \rangle]$,

$\Phi = [\boldsymbol{s} \mid \boldsymbol{s} \vDash \langle \text{Jest-zdjęciem-rtg}, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{t}, 1 \rangle \wedge \langle \text{Ma-złamaną-nogę}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{t}, 1 \rangle]$.

Faktem wskazującym jest stan rzeczy o postaci:

$\sigma = \langle \text{Jest-zdjęciem-rtg}, a, t, 1 \rangle \wedge \langle \text{Ma-utrwalony-obraz-}\boldsymbol{Z}, a, t, 1 \rangle$.

Z założenia, że σ jest faktem, wynika, iż istnieje sytuacja s taka, że $s \vDash \sigma$. Niech f będzie interpretacją określoną na zbiorze parametrów zawierającym $\boldsymbol{x}$ oraz $\boldsymbol{t}$ taką, że:

$$\sigma = cond(\Sigma)[f] = \langle \text{Jest-zdjęciem-rtg}, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{t}, 1\rangle \wedge \langle \text{Ma-utrwalony-obraz-}\boldsymbol{Z}, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{t}, 1\rangle[f].$$

Mamy wówczas $f(\boldsymbol{x}) = a$ oraz $f(\boldsymbol{t}) = t$. Wtedy informacją niesioną przez σ jest sąd $\boldsymbol{P}$ o postaci:

$$\boldsymbol{P} = \exists s'(s' \vDash \exists y(\langle \text{Jest-zdjęciem-rtg}, \boldsymbol{x}, y, \boldsymbol{t}, 1\rangle \wedge \langle \text{Ma-złamaną-nogę}, y, \boldsymbol{t}, 1\rangle [f]).$$

Sąd $\boldsymbol{P}$ głosi więc, że stan rzeczy zawierający psa ze złamaną nogą, który jest obiektem utrwalonym na błonie fotograficznej a podczas prześwietlenia (w czasie t), jest faktem.

3. TEORIA KANAŁÓW INFORMACYJNYCH

Pierwsza eksplikacja semantyki relacyjnej oparta jest na wczesnej teorii kanałów informacyjnych. Teoria ta wykorzystuje aparaturę pojęciową teorii sytuacji w celu modelowania przepływu informacji w semantyce sytuacyjnej (Barwise 1993). Podstawowymi elementami teorii kanałów są sytuacje oraz *kanały informacyjne*. Sytuacje rozumie się tutaj jako pewne ustrukturyzowane obiekty, a kanały informacyjne łączą sytuacje w pary. Tak jak w teorii sytuacji przyjmuje się istnienie typów oraz ograniczeń. Typy służą do klasyfikacji sytuacji, a ograniczenia do klasyfikacji kanałów informacyjnych.

Bardziej formalnie przepływ informacji modeluje się za pomocą *struktury informacyjnej*[9].

DEFINICJA 7.

Strukturą informacyjną nazywamy układ $\langle \boldsymbol{S}, \boldsymbol{T}, \boldsymbol{C}, \vDash, \mapsto, \|, ;\rangle$, w którym $\boldsymbol{S}$ oznacza zbiór sytuacji, $\boldsymbol{T}$ zbiór typów, a $\boldsymbol{C}$ zbiór kanałów informacyjnych. Dla dowolnych $s, t \in \boldsymbol{S}$ oraz $c \in \boldsymbol{C}$, $s \mapsto_c t$ oznacza, że c jest kanałem łączącym s i t[10]. Dla $A, B \in \boldsymbol{T}$, obiekt $A \rightarrow B$ reprezentuje ograniczenie. $\vDash$ jest relacją łączącą sytuacje z typami oraz kanały z ograniczeniami. $x \vDash A$ oznacza, że obiekt x jest typu A (x potwierdza A). Na zbiorze $\boldsymbol{S}$ można określić relację częściowego porządku $\leq$ w następujący sposób: $s \leq t$ wtw jeżeli $s \vDash A$, to $t \vDash A$. Zgodnie z intuicyjnym odczytaniem $s \leq t$ oznacza, że sytuacja s „zawiera się” w sytuacji t (s jest częścią t). Struktura informacyjna spełnia dodatkowo warunki:

---

[9] To przedstawienie teorii kanałów pochodzi od Grega Restalla (1996).
[10] $\mapsto$ jest zatem relacją trójczłonową.

1. Zbiór $\boldsymbol{T}$ jest domknięty ze względu na operacje $\wedge$ oraz $\vee$. Dla dowolnych $s \in \boldsymbol{S}$ i $A, B \in \boldsymbol{T}$, $s \vDash A \wedge B$ wtw $s \vDash A$ oraz $s \vDash B$, a także $s \vDash A \vee B$ wtw $s \vDash A$ lub $s \vDash B$.
2. Niech $c \in \boldsymbol{C}$. $c \vDash A \rightarrow B$ wtw dla dowolnych $s, t \in \boldsymbol{S}$, jeżeli $s \mapsto_c t$ oraz $s \vDash A$, to $t \vDash B$.
3. Istnieje kanał logicznie uprzywilejowany, oznaczany przez 0. $s \mapsto_0 t$ wtw $s \leq t$.
4. Dla każdej pary kanałów c_1 i c_2 da się utworzyć zdefiniowane jednoznacznie *złożenie* kanałów c_1 i c_2, oznaczane przez $c_2 ; c_1$. $s \mapsto_{c2\,;\,c1} t$ wtw istnieje sytuacja x taka, że $s \mapsto_{c2} x$ oraz $x \mapsto_{c1} t$. Złożenie kanałów jest łączne, tzn. $c_1 ; (c_2 ; c_3) = (c_1 ; c_2) ; c_3$[11]. Operacja składania kanałów pozwala na tworzenie łańcuchów przepływu informacji.
5. Dla każdej pary kanałów c_1 i c_2 da się utworzyć zdefiniowane jednoznacznie *złożenie równoległe* kanałów c_1 i c_2, oznaczane przez $c_1 \parallel c_2$. $s \mapsto_{c1 \parallel c2} t$ wtw $s \mapsto_{c1} t$ i $s \mapsto_{c2} t$. Złożenie równoległe kanałów jest przemienne, łączne oraz idempotentne, tj. $c_1 \parallel c_2 = c_2 \parallel c_1$, $c_1 \parallel (c_2 \parallel c_3) = (c_1 \parallel c_2) \parallel c_3$ oraz $c \parallel c = c$. Złożenie równoległe umożliwia „dodanie" informacji przesyłanych z tego samego źródła do tego samego odbiornika przez różne kanały.
6. Kanał c_1 nazywamy *doprecyzowaniem* kanału c_2 ($c_1 \preccurlyeq c_2$) wtw $c_1 = c_1 \parallel c_2$. Jeżeli $c_1 \preccurlyeq c_2$, to $c_1 ; d \preccurlyeq c_2 ; d$ oraz $d ; c_1 \preccurlyeq d ; c_2$, dla dowolnego d.

Podstawowa idea polega na założeniu, że kanały stanowią informacyjne łączniki między różnymi sytuacjami. Mając sytuację s taką, że $s \vDash A$, oraz kanał informacyjny c taki, że $s \mapsto_c t$ oraz $c \vDash A \rightarrow B$, możemy wywnioskować, że $t \vDash B$. W przykładzie podanym przez Barwise'a i Seligmana (1994) mamy sytuację s zawierającą termometr, w którym wysokość słupka rtęci (mierzona w centymetrach) wynosi A ($s \vDash A$), oraz kanał informacyjny potwierdzający ograniczenie: jeżeli wysokość słupka rtęci w termometrze wynosi A, to temperatura (mierzona w stopniach Celsjusza) wynosi B ($c \vDash A \rightarrow B$). Zatem mając sytuację t połączoną z s kanałem c ($s \mapsto_c t$), możemy wywnioskować, że temperatura w sytuacji t wynosi B ($t \vDash B$). Kanał c potwierdza ograniczenie $A \rightarrow B$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnych sytuacji s, t takich, że $s \mapsto_c t$, jeżeli $s \vDash A$, to $t \vDash B$.

[11] W pracy Barwise'a złożenie kanałów c_1 i c_2 oznaczane było jako $c_1 ; c_2$. Przyjęta tu różnica w notacji wynika po części z faktu, że operacja składania kanałów niekoniecznie jest przemienna, tj. $c_1 ; c_2 \neq c_2 ; c_1$, a po części z innych powodów, które staną się jasne w dalszej części tekstu.

Barwise formułuje też kilka intuicyjnych zasad przepływu informacji, które jego zdaniem powinny być możliwe do zrekonstruowania w każdej teorii informacji:

a) Zasada przechodniości: jeżeli $s_1 \vDash A$ niesie informację, że $s_2 \vDash B$, a $s_2 \vDash B$ informację, że $s_3 \vDash C$, to $s_1 \vDash A$ niesie informację, że $s_3 \vDash C$.

b) Pociąganie logiczne: jeżeli A pociąga B (w jakimś przedteoretycznym sensie), to $s \vDash A$ niesie informację, że $s \vDash B$.

c) Zasada addytywności: jeżeli $s_1 \vDash A$ niesie informację, że $s_2 \vDash B$, a $s_1 \vDash C$ niesie informację, że $s_2 \vDash D$, to $s_1 \vDash A \wedge C$ niesie informację, że $s_2 \vDash B \wedge D$.

d) Wyczerpywanie: jeżeli $s_1 \vDash A$ niesie informację, że $s_2 \vDash B \vee C$, $s_2 \vDash B$ informację, że $s_3 \vDash D$ oraz $s_2 \vDash C$ informację, że $s_3 \vDash D$, to $s_1 \vDash A$ niesie informację, że $s_3 \vDash D$.

e) Zasada transpozycji: jeżeli $s_1 \vDash A$ niesie informację, że $s_2 \vDash B$, to $s_2 \vDash \neg B$ niesie informację, że $s_1 \vDash \neg A$.

Barwise pokazuje, w jaki sposób różne struktury, takie jak logika klasyczna czy intuicjonistyczna, mogą być za pomocą teorii kanałów interpretowane jako modele przepływu informacji. Podobna interpretacja semantyki dla logik relewantnych pojawiła się w pracy Restalla (1996). Interpretacja ta opiera się na spostrzeżeniu, że warunek potwierdzania ograniczenia przez kanał informacyjny, tj. warunek:

$c \vDash A \to B$ wtw dla dowolnych $s, t \in \boldsymbol{S}$, jeżeli $s \mapsto_c t$ oraz $s \vDash A$, to $t \vDash B$,

przypomina warunek spełniania dla zdań implikacyjnych ($\to$) w semantyce dla logik relewantnych. Istotne jest tu założenie, że kanały informacyjne są sytuacjami. Wspomniane warunki stają się wówczas identyczne, a $y \mapsto_x z$ odpowiada po prostu związkowi $Rxyz$. Relewantną strukturę relacyjną można zrekonstruować jako strukturę $\boldsymbol{I} = \langle \boldsymbol{S}, \mapsto, 0\rangle$, gdzie zbiór $\boldsymbol{S}$ jest odpowiednikiem zbioru U, a relacja $\mapsto$ odpowiednikiem relacji R. $0 \in \boldsymbol{S}$ oznacza, tak jak poprzednio, sytuację logicznie uprzywilejowaną. Operacja składania sytuacji odpowiada operacji składania relacji R w definicji 2. Wystarczy zauważyć, że:

$y\,;x$ wtw istnieje sytuacja z taka, że $u \mapsto_y z$ oraz $z \mapsto_x w$,
wtw istnieje sytuacja z taka, że $Ryuz$ oraz $Rxzw$,
wtw $R^2x(yu)w$.

Jak widzieliśmy, $Rxyz$ oznacza w przybliżeniu, że kombinacja informacji x oraz y daje informację z. Podobnie wyrażenie $y \mapsto_x z$ można odczytywać jako: informacja w x złożona z informacją w y daje *co najwyżej* informację w z. Złożenie x i y oznacza się jako $y\,;x$. Tak więc $y\,;x$ jest ograniczone z góry przez z ze względu na relację $\leq$

wtedy i tylko wtedy, gdy $y \mapsto_x z$. Wobec tego wyrażenie $y \mapsto_x z$ można zapisać w postaci $y\,;x \leq z$. Stąd warunek łączności otrzymuje postać:

$(z\,;y)\,;x \leq u \Leftrightarrow z\,;(y\,;x) \leq u$, dla dowolnego u
wtw istnieje v takie, że $z\,;y \leq v$ i $v\,;x \leq u$ $\Leftrightarrow$ istnieje w takie, że $z\,;w \leq u$ i $y\,;x \leq w$,
wtw istnieje v takie, że $z \mapsto_y v$ i $v \mapsto_x u \Leftrightarrow$ istnieje w takie, że $z \mapsto_w u$ i $y \mapsto_x w$,
wtw istnieje v takie, że $Ryzv$ i $Rxvu \Leftrightarrow$ istnieje w takie, że $Rwzu$ i $Rxyw$,
wtw $R^2x(yz)u \Leftrightarrow R^2(xy)zu$.

Przyjmiemy zapis za pomocą relacji $\mapsto$:

P4* Istnieje v takie, że $z \mapsto_y v$ i $v \mapsto_x u \Leftrightarrow$ istnieje w takie, że $z \mapsto_w u$ i $y \mapsto_x w$.

Biorąc pod uwagę przyjęty sposób odczytania relacji $\mapsto$, uzyskujemy monotoniczność:

P1* Jeżeli $y \mapsto_x z$ oraz $x' \leq x$, to $y \mapsto_{x'} z$.

Warunek identyczności wynika z definicji sytuacji logicznie uprzywilejowanej oraz faktu, że $x \leq x$ dla dowolnego x:

P2* $x \mapsto_0 x$.

Warunek 4 definicji struktury informacyjnej wymaga, by dla dowolnych sytuacji s oraz t dało się jednoznacznie wyznaczyć ich złożenie $t\,;s$. Złożenie to powinno być najmniejszą sytuacją x taką, że $t \mapsto_s x$ (inaczej $t\,;s \leq x$). Aby zagwarantować istnienie złożenia dla dowolnych dwóch sytuacji, Restall definiuje złożenie sytuacji s i t jako zbiór $\{x\colon t \mapsto_s x\}$. Wygodnie jest więc przyjąć, że kanały i sytuacje są podzbiorami zbioru $\boldsymbol{S}$. Dla struktury $\boldsymbol{I} = \langle \boldsymbol{S}, \mapsto, 0\rangle$ definiujemy:

DEFINICJA 8.

Zbiór $X \subseteq \boldsymbol{S}$ nazywamy *stożkiem* wtw dla każdego $x \in X$, jeżeli $x \leq y$, to $y \in X$[12].

Jeżeli X jest stożkiem, to $X \vDash A$ wtw $x \vDash A$, dla każdego $x \in X$.

Jeżeli X, Y, Z są stożkami, to $Y \mapsto_X Z$ wtw dla każdego $z \in Z$ istnieją $x \in X$ oraz $y \in Y$ takie, że $y \mapsto_x z$.

---

[12] Tak więc stożek jest zbiorem tych wszystkich sytuacji, które „zawierają" w sobie jako część „najmniejszą" sytuację należącą do tego zbioru.

Jeżeli X, Y są stożkami, to $X \leq Y$ wtw $Y \subseteq X$. Dodatkowo $Y ; X = \{z\colon Y \mapsto_X z\}$ oraz $X \parallel Y = \{z\colon X \leq z \text{ i } Y \leq z\}$.

Dla każdej sytuacji x, $\uparrow x = \{x'\colon x \leq x'\}$ nazywamy *stożkiem głównym wyznaczonym przez* x.

Dla dowolnych sytuacji s, t, x, y: jeżeli $s \mapsto_x t$ oraz $s \mapsto_y t$, to istnieje sytuacja z taka, że $x \leq z$, $y \leq z$ oraz $s \mapsto_z t$.

Bezpośrednio z definicji wynika następująca grupa twierdzeń:

TWIERDZENIE 1.

a. $X \vDash A \rightarrow B$ wtw dla dowolnych stożków Y, Z, jeżeli $Y \mapsto_X Z$ oraz $Y \vDash A$, to $Z \vDash B$.

b. $X \vDash A \rightarrow B$ wtw dla dowolnych sytuacji y, z, jeżeli $\uparrow y \mapsto_X \uparrow z$ oraz $y \vDash A$, to $z \vDash B$.

c. $X \vDash A \wedge B$ wtw $X \vDash A$ oraz $X \vDash B$.

d. $X \vDash A \vee B$ wtw dla każdej sytuacji $x \in X$, $x \vDash A$ lub $x \vDash B$.

e. $\uparrow x \leq Y$ wtw dla każdej sytuacji $y \in Y$, $x \leq y$.

f. $X \leq \uparrow y$ wtw $y \in X$.

g. Istnieje v takie, że $Z \mapsto_Y v$ i $v \mapsto_X U$ wtw istnieje w takie, że $Z \mapsto_w U$ i $Y \mapsto_X w$.

h. $\uparrow x \leq \uparrow y$ wtw $x \leq y$.

i. $\uparrow x \mapsto_{\uparrow y} \uparrow z$ wtw $x \mapsto_y z$.

j. $\uparrow x \vDash A$ wtw $x \vDash A$.

W świetle tych rezultatów sytuacje mogą być traktowane jako stożki. Stożek główny $\uparrow x$ można utożsamić z sytuacją x. Można teraz udowodnić twierdzenie o istnieniu złożenia dowolnych dwóch stożków[13].

TWIERDZENIE 2.

Dla dowolnych stożków X, Y oraz dowolnych sytuacji s, t:
$s \mapsto_{Y;X} t$ wtw istnieje sytuacja x taka, że $s \mapsto_Y x$ oraz $x \mapsto_X t$. Co więcej, dla dowolnych stożków X, Y, Z: $X ; (Y ; Z) = (X ; Y) ; Z$.

Podobnie dowodzi się, że istnieje złożenie równoległe dowolnej pary stożków:

[13] Twierdzenia podaję tutaj bez dowodów. Można je znaleźć w (Restall 1996).

TWIERDZENIE 3.

Dla dowolnych stożków X, Y oraz dowolnych sytuacji s, t:
$s \mapsto_{X \parallel Y} t$ wtw $s \mapsto_X t$ oraz $s \mapsto_Y t$. Dodatkowo złożenie równoległe jest operacją przemienną, łączną oraz idempotentną, tj. dla dowolnych X, Y, Z zachodzi: $X \parallel Y = Y \parallel X$, $X \parallel (Y \parallel Z) = (X \parallel Y) \parallel Z$ oraz $X \parallel X = X$.

Zauważmy, że $X \parallel Y = X \cap Y$. Wobec tego relację $\preccurlyeq$ można utożsamić z relacją $\geq$: $X \preccurlyeq Y$ wtw $X \parallel Y = X$ wtw $X \cap Y = X$ wtw $X \subseteq Y$ wtw $X \geq Y$. Można też pokazać, że operacja złożenia zachowuje relację doprecyzowania kanału $\preccurlyeq$:

TWIERDZENIE 4.

Jeżeli $X_1 \leq X_2$ oraz $Y_1 \leq Y_2$, to $Y_1 ; X_1 \leq Y_2 ; X_2$.

Skonstruowana w ten sposób struktura $\boldsymbol{I} = \langle \boldsymbol{S}, \mapsto, 0 \rangle$ charakteryzuje logikę $\mathbf{B}^+ + \{(A \to B) \to [(C \to A) \to (C \to B)]\}$.

Konstrukcja Restalla dostarcza intuicyjnej interpretacji semantyki relacyjnej dla logik relewantnych. Główną modyfikacją Restalla jest przyjęcie, że kanały informacyjne są sytuacjami. *Rabc* oznacza wówczas, że sytuacja a jest kanałem informacyjnym łączącym sytuacje b i c. Przy takim odczytaniu semantyki relacyjnej warunek $(\to)$ głosi, że sytuacja a potwierdza ograniczenie $A \to B$ ($a \vDash A \to B$) wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnych sytuacji b i c takich, że sytuacja a stanowi łączący je kanał informacyjny (*Rabc*), jeżeli b potwierdza A ($b \vDash A$), to c potwierdza B ($c \vDash B$).

W pracy Barwise'a pojęcia ograniczenia i kanału informacyjnego służyły m.in. do skonstruowania teorii zdań warunkowych. Przypomnijmy, że wyrażenie $s \vDash A$ nazywamy sądem w sensie Austina. Sąd w sensie Austina wygłaszamy więc, gdy stwierdzamy, że dana sytuacja jest pewnego typu. Sytuację s oraz typ A nazywamy odpowiednio *demonstratywną* oraz *deskryptywną* treścią sądu $s \vDash A$. Według Barwise'a, wygłaszając sąd warunkowy „jeżeli S_1, to S_2", klasyfikujemy kanał informacyjny za pomocą ograniczenia. Treścią demonstratywną i deskryptywną sądu warunkowego „jeżeli S_1, to S_2" jest więc odpowiednio pewien kanał c oraz ograniczenie $A \to B$. Przyjmując, że niektóre sytuacje mogą być kanałami informacyjnymi, Restall usunął tę komplikację. W jego ujęciu sytuacje stanowią treść demonstratywną zarówno zdań oznajmujących, jak i warunkowych.

Analizy Barwise'a i Restalla dostarczają intuicyjnej interpretacji zdań warunkowych. Wygłaszając zdanie warunkowe, np. „Jeśli spadnie deszcz, to ulice będą mokre", stwierdzamy istnienie pewnego łącznika między sytuacjami, w których pada deszcz, a sytuacjami, w których ulice są mokre. Łącznikiem tym jest kanał informacyjny potwierdzający ograniczenie głoszące, że dla każdej sytuacji, w której pada deszcz, istnieje sytuacja, w której ulice są mokre.

Konstrukcja Restalla pokazuje, w jaki sposób pewna logika relewantna może być interpretowana jako model przepływu informacji. Jak widzieliśmy, własności operacji złożenia kanałów odpowiadają własnościom relacji R w semantyce relacyjnej.

Nakładając kolejne warunki na operację złożenia kanałów, można więc uzyskiwać struktury, które charakteryzują odpowiednio silniejsze logiki relewantne. Na przykład, w wyniku dodania warunku idempotencji P6 uzyskamy logikę $\mathbf{BWI}^+$ ($\mathbf{B}^+ + \{A \wedge (A \to B) \to B\}$).

Istnieją jednak poważne argumenty filozoficzne przeciw uznaniu, że operacja złożenia kanałów jest idempotentna. W notacji Barwise'a warunek idempotencji można zapisać jako:

P6* $\quad x \mapsto_x x.$

Głosi on, że dowolna sytuacja jest kanałem informacyjnym, który łączy ją z samą sobą. Można wyobrazić sobie sytuację zawierającą studio telewizyjne oraz sytuację zawierającą odbiornik telewizyjny. Kanałem informacyjnym łączącym obie sytuacje jest wówczas wszystko, co umożliwia przesłanie sygnału ze studia do odbiornika, tj. przewody, satelity itd. Dla tego rodzaju kanałów warunek idempotencji zdaje się nie obowiązywać.

4. TEORIA INFORMACJI I MODEL ISRAELA–PERRY'EGO

Druga interpretacja semantyki relacyjnej zaproponowana została przez Edwina D. Maresa (1997). Opiera się ona w dużej mierze na teorii przepływu informacji Israela i Perry'ego, a więc zakłada ontologię teorii sytuacji. Mares przyjmuje abstrakcyjne rozumienie sytuacji, tj. sytuacje utożsamia ze zbiorami infonów. W związku z tym na zbiorze sytuacji można zdefiniować relację częściowego porządku:

$$s \leq t \text{ wtw } s \subseteq t.$$

Przypomnijmy też, że infon postaci $C = \langle \Rightarrow, \Sigma, \Phi, 1 \rangle$ nazywamy ograniczeniem ($\Sigma = [\boldsymbol{s} \mid \boldsymbol{s} \vDash \sigma]$ i $\Phi = [\boldsymbol{s} \mid \boldsymbol{s} \vDash \varphi]$ są typami sytuacji). W modelu Israela–Perry'ego ograniczenie C niesie informację, że dla każdej sytuacji typu Σ istnieje sytuacja typu Φ. Jeżeli σ jest faktem (tj. istnieje sytuacja s taka, że $s \vDash \sigma$), to ze względu na ograniczenie C σ niesie informację, że φ jest faktem (tj. istnieje sytuacja s' taka, że $s' \vDash \varphi$). Mares wprowadza nowy infon złożony postaci $\sigma \to \varphi$ taki, że:

$$s \vDash \sigma \to \varphi \text{ wtw } \langle \Rightarrow, \Sigma, \Phi, 1 \rangle \in s.$$

Relacja R zostaje w rezultacie określona następująco:

> $Rstu$ wtw dla dowolnych infonów σ, φ: jeżeli $s \vDash \sigma \to \varphi$ oraz $t \vDash \sigma$, to $u \vDash \varphi$.

Tak więc wyrażenie $Rstu$ oznacza, że zgodnie z ograniczeniami obecnymi w sytuacji s infony potwierdzane przez sytuację t niosą *co najwyżej* informację niesioną przez infony potwierdzane przez sytuację u. Innymi słowy, jeżeli $Rstu$, $s \vDash \sigma \to \varphi$ oraz dodatkowo σ jest faktem (tj. istnieje sytuacja t taka, że $t \vDash \sigma$), to także φ jest faktem (tj. istnieje sytuacja u taka, że $u \vDash \varphi$). W ten sposób otrzymujemy następujący warunek:

> $s \vDash \sigma \to \varphi$ wtw dla dowolnych sytuacji t, u: jeżeli $Rstu$ oraz $t \vDash \sigma$, to $u \vDash \varphi$.

Jak łatwo zauważyć, jest on odpowiednikiem warunku ($\to$) w semantyce relacyjnej.

Można teraz zrekonstruować relewantną strukturę relacyjną oraz zdefiniować pojęcie modelu.

> DEFINICJA 9.
>
> *Relewantną strukturą informacyjną* nazywamy trójkę $\boldsymbol{F} = \langle U, R, 0\rangle$, gdzie U, R oraz 0 oznaczają odpowiednio niepusty zbiór sytuacji, relację trójczłonową oraz sytuację logicznie uprzywilejowaną. Na zbiorze U określa się relację częściowego porządku $\leq$ zdefiniowaną w sposób następujący:
>
> Dla dowolnych s, $t \in U$: $s \leq t$ wtw $R0st$.

Należy teraz pokazać, że relacja R spełnia warunki nakładane na nią w relewantnej strukturze relacyjnej. Warunek monotoniczności otrzymujemy, biorąc pod uwagę sposób odczytania relacji R:

P1** Jeżeli $Rstu$ oraz $s' \leq s$, to $Rs'tu$.

Warunek identyczności wynika z definicji relacji $\leq$:

P2** $R0ss$.

Kolejne warunki nakładane przez Maresa na relację R wymagają uzasadnienia. Przyjmuje on zasadę przechodniości przepływu informacji (XP), którą w przyjętej aparaturze pojęciowej można zapisać następująco:

(XP') Jeżeli $s \vDash \sigma \to \varphi$ i $s \vDash \varphi \to \psi$, to $s \vDash \sigma \to \psi$.

Odpowiada jej następująca własność relacji R:

P3** $Rstu \Rightarrow R^2s(st)u$.

Następnie, z teorii Israela–Perry'ego wynika, że sytuacje są domknięte na *modus ponens*. Innymi słowy, dla dowolnej sytuacji s: jeżeli $s \vDash \sigma \to \varphi$ oraz $s \vDash \sigma$, to $s \vDash \varphi$. Łatwo zauważyć, że warunek ten możemy „przełożyć" na:

P6** $Rsss$.

Aby zdefiniować pojęcie modelu na strukturze $\boldsymbol{F}$, musimy najpierw zdefiniować odpowiedni język. Symbolami pierwotnymi tego języka są infony σ, φ, ψ, … oraz spójniki dwuargumentowe $\wedge$, $\vee$ oraz $\to$. Zbiór poprawnie zbudowanych formuł *Inf* definiuje się w zwykły sposób.

DEFINICJA 10.

Modelem informacyjnym nazywamy parę $\boldsymbol{MI} = \langle \boldsymbol{F}, \vDash \rangle$, gdzie $\boldsymbol{F}$ jest relewantną strukturą informacyjną, a $\vDash \subseteq U \times Inf$ dwuczłonową relacją spełniającą następujące warunki:

(H'') Jeżeli $s \vDash \sigma$ oraz $s \leq t$, to $t \vDash \sigma$.

($\wedge$') $s \vDash \sigma \wedge \varphi$ wtw $s \vDash \sigma$ i $s \vDash \varphi$.

($\vee$') $s \vDash \sigma \vee \varphi$ wtw $s \vDash \sigma$ lub $s \vDash \varphi$.

($\rightarrow$') $s \vDash \sigma \rightarrow \varphi$ wtw dla dowolnych sytuacji t, u: jeżeli $Rstu$ oraz $t \vDash \sigma$, to $u \vDash \varphi$.

Model $\boldsymbol{MI}$ potwierdza infon σ wtw $0 \vDash \sigma$. Mówimy, że infon σ jest tautologiczny wtw jest on potwierdzony w każdym modelu opartym na strukturze $\boldsymbol{F}$.

Tak zdefiniowana klasa modeli charakteryzuje logikę $\mathbf{DJWI}^+$, powstałą z logiki $\mathbf{B}^+$ przez dołączenie następujących aksjomatów:

A7 $[(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)$

A8 $[A \wedge (A \rightarrow B)] \rightarrow B$

A9 $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \wedge C \rightarrow B)$

5. INFERENCYJNA TEORIA INFORMACJI

Mares jest również autorem trzeciej prezentowanej tu interpretacji semantyki relacyjnej (Mares 2004). Także i ona odwołuje się do teorii sytuacji, ale wyjaśnia semantykę relacyjną głównie za pomocą pojęcia wnioskowania. Za podstawę do rozważań służy Maresowi logika $\mathbf{R}^+$ sformułowana w systemie dedukcji naturalnej. Przedstawimy pokrótce to sformułowanie[14].

Przypomnijmy, że system implikacji relewantnej **R** zaprojektowany został, by odrzucić tezy implikacyjne cechujące się irrelewancją poprzednika względem następnika (takie jak prawo poprzednika $A \rightarrow (B \rightarrow A)$). Rozpatrzmy dowód prawa poprzednika w systemie dedukcji naturalnej dla logiki klasycznej.

1.	$\quad\mid A$	hyp
2.	$\quad\mid\mid B$	hyp
3.	$\quad\mid\mid A$	1 reit
4.	$\quad\mid B \rightarrow A$	2, 3 $\rightarrow$ I
5.	$A \rightarrow (B \rightarrow A)$	1, 4 $\rightarrow$ I

[14] Szczegóły można znaleźć np. w (Dunn 1986).

Dowód ten jest poprawny w logice klasycznej, lecz nie sposób przyjąć go na gruncie logik relewantnych. Najwięcej zastrzeżeń budzi krok 4 (wprowadzanie implikacji), ponieważ założenie B nie zostało faktycznie użyte w dowodzie A. Aby kontrolować rzeczywiste użycie założeń w dowodach i nałożyć pożądane ograniczenia na relację wnioskowania, modyfikuje się system dedukcji naturalnej przez wprowadzenie indeksów przypisanych każdej formule. Reguły rządzące przypisywaniem indeksów zapobiegają wprowadzaniu arbitralnych założeń, a co za tym idzie, nie pozwalają dowieść formuły implikacyjnej, którą cechuje brak relewancji poprzednika względem następnika. Żeby udowodnić implikację postaci A › B, należy faktycznie użyć formuły A w dowodzie formuły B. Reguły wnioskowania oraz konstrukcji dowodu są określone na formułach i indeksach. Formuła o indeksie będącym zbiorem pustym jest tezą. Oto wybrane reguły dowodowe dla systemu $\mathbf{R}^+$:

(hyp) Przyjęcie założenia otwiera nowy stopień dowodowy. Każdemu założeniu przyporządkowujemy indeks w postaci jednoelementowego zbioru $\{k\}$, gdzie k jest liczbą naturalną oznaczającą numer stopnia dowodowego.

(reit) Dowolną formułę możemy przenieść z niższego stopnia dowodowego, utrzymując jej indeks.

($\rightarrow$ E) Z A_a oraz $(A \rightarrow B)_b$ otrzymujemy $B_{a \cup b}$.

($\rightarrow$ I) Z kroku dowodowego B_a oraz założenia $A_{\{k\}}$ otrzymujemy $(A \rightarrow B)_{a - \{k\}}$, pod warunkiem, że $k \in a$.

($\wedge$ I) Z A_a oraz B_a otrzymujemy $(A \wedge B)_a$.

($\vee$ E) Z $(A \vee B)_a$, $(A \rightarrow C)_b$ oraz $(B \rightarrow C)_b$ otrzymujemy $C_{a \cup b}$.

Łatwo zauważyć, że w dowodzie prawa poprzednika krok 4 jest — w świetle podanych reguł — niedozwolony. Przykładowy poprawny dowód prawa $A \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow B]$ z użyciem nowych reguł wygląda tak:

1.	$A_{\{1\}}$	hyp
2.	$A \rightarrow B_{\{2\}}$	hyp
3.	$A_{\{1\}}$	1 reit
4.	$B_{\{1,2\}}$	2, 3 $\rightarrow$ E
5.	$(A \rightarrow B) \rightarrow B_{\{1\}}$	2, 4 $\rightarrow$ I
6.	$A \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow B]$	1, 5 $\rightarrow$ I

Formuła $A \rightarrow B$ została tu faktycznie użyta do udowodnienia formuły B (w krokach 1-4), dzięki czemu krok 5 nie budzi wątpliwości.

Mares proponuje, by interpretować indeksy przypisane formułom w dowodzie jako oznaczenia różnych sytuacji zachodzących w pewnym ustalonym świecie możliwym. Należy podkreślić, że odróżnia on pojęcie świata od pojęcia sytuacji. Świat składa się z wielu sytuacji i jest za ich pomocą modelowany. W przeciwieństwie do światów sytuacje mają charakter cząstkowy (są niezupełne). Przy tej interpretacji wyrażenie $A_{\{i\}}$ występujące w dowodzie jako hipoteza (przesłanka) znaczy tyle co: w rozważanym świecie występuje sytuacja s_i, która potwierdza informację, że A. Natomiast wyrażenie $B_{\{1, \ldots, k\}}$ — występujące w tym samym dowodzie — oznacza, że w tym samym świecie zachodzi też pewna sytuacja potwierdzająca B, przy czym wnioskujemy o tym z informacji obecnej w sytuacjach 1, …, k. Jako przykład ilustrujący proces tego rodzaju wnioskowania można podać użycie *modus ponens*:

1.	$A \to B_{\{1\}}$	hyp
2.	$\quad A_{\{2\}}$	hyp
3.	$\quad A \to B_{\{1\}}$	1 reit
4.	$\quad B_{\{1, 2\}}$	1, 2 $\to$ E

Znajdujemy się w sytuacji 1, która potwierdza informację, że A implikuje B. Zakładając, że w tym samym świecie zachodzi sytuacja potwierdzająca A, możemy wywnioskować, że w tym samym świecie zachodzi też sytuacja potwierdzająca B. Przy tym ujęciu zdania implikacyjne odgrywają rolę ograniczeń. Warunek spełniania ($\to$) można więc w sposób nieformalny odczytać jako:

> Sytuacja s potwierdza zdanie $A \to B$ wtedy i tylko wtedy, gdy na podstawie informacji obecnej w s oraz hipotezy, że w tym samym świecie zachodzi sytuacja t, która potwierdza A, można prawomocnie wywnioskować, że w tym samym świecie zachodzi sytuacja u, która potwierdza B.

Zilustrujmy to przykładem — załóżmy, że sytuacja s potwierdza ograniczenie:

> *Jeżeli ktoś niszczy cudzą własność, to podlega karze pozbawienia wolności.*

Będąc w sytuacji s i zakładając istnienie sytuacji t, w której ktoś niszczy cudzą własność, możemy wnioskować o zachodzeniu sytuacji u, w której podlega on karze pozbawienia wolności.

Aby nadać intuicyjny sens relacji R, Mares odwołuje się do zmodyfikowanej wersji semantyki otoczeniowej (topologicznej) dla logik modalnych. Zasadniczą rolę odgrywa w niej struktura otoczeniowa $\langle U, N\rangle$, gdzie U jest niepustym zbiorem sytuacji, a $N \subseteq U \times \wp(U)$ jest relacją zachodzącą między sytuacjami a zbiorami sytuacji, zwaną relacją sąsiedztwa[15]. Jeśli sąd wyrażany przez zdanie A (czyli zbiór sytuacji,

[15] Standardowo strukturę otoczeniową przedstawia się jako parę $\langle U, \mathcal{N}\rangle$, gdzie U jest niepustym

w których A jest spełnione) oznaczymy jako $[A]$, to warunek spełniania dla formuł z operatorem konieczności możemy zapisać w następujący sposób:

$(\Box)\ s \vDash \Box A$ wtw $N(s, [A])$.

W miejsce dwuczłonowej relacji sąsiedztwa Mares wprowadza trójczłonową relację I łączącą pary sytuacji i sądy. Wyrażenie $Ist[A]$ odczytujemy: na podstawie założenia, że w rozważanym świecie występują obie sytuacje s i t można zasadnie (prawomocnie) wyprowadzić wniosek, że w tym samym świecie istnieje — co najmniej jedna — sytuacja potwierdzająca A. Warunek spełniania $(\rightarrow)$ można wówczas sformułować następująco:

$(\rightarrow^*)$ $s \vDash A \rightarrow B$ wtw dla dowolnej sytuacji x: jeżeli $x \vDash A$, to $Isx[B]$.

Zauważmy, że wyrażenie $Ist[B]$ jest po prostu innym sposobem zapisu (semantycznym przekładem) wyrażenia $B_{\{s,\, t\}}$. Oba te wyrażenia oznaczają, że z informacji obecnej w sytuacjach s i t wnioskujemy o istnieniu sytuacji, w której spełnione jest zdanie B. Jeżeli $Ist[B]$, to $[B]$ nazywamy *otoczeniem* s i t.

Relacja I spełnia następujące warunki:

1. Jeżeli $X \subseteq Y$ oraz $IstX$, to $IstY$.

Warunek ten jest równoważny warunkom:

2. Jeżeli $Ist(X \cap Y)$, to $IstX$ i $IstY$.
3. Jeżeli $IstX$ i $IstY$, to $Ist(X \cap Y)$.

Ze sposobu odczytania wyrażenia $IstX$ i reguły $(\wedge$ I) wynika warunek:

4. Jeżeli $IstX$ i $IstY$, to $Ist(X \wedge Y)$.

Otrzymujemy zatem:

5. $Ist(X \cap Y)$ wtw $Ist(X \wedge Y)$.

Uogólnieniem tych postulatów jest postulat głoszący, że dla dowolnych sytuacji s i t część wspólna wszystkich otoczeń s i t, oznaczana jako $P(s, t)$, także jest otoczeniem s i t, czyli $IstP(s, t)$.

Za pomocą wprowadzonych pojęć relację R można zdefiniować następująco:

DEFINICJA 11.

$Rstu$ wtw $u \in P(s, t)$.

---

zbiorem światów możliwych, a $\mathcal{N}$ funkcją ze zbioru U w zbiór $\wp(U)$. Mając relację N, funkcję $\mathcal{N}$ możemy zdefiniować w zwykły sposób:

$\mathcal{N}(s) = \{X: N(s, X)\}$;

i odwrotnie, wychodząc od funkcji $\mathcal{N}$, możemy zdefiniować relację N:

$N(s, X)$ wtw $X \in \mathcal{N}(s)$.

Warunek spełniania zdań implikacyjnych ($\rightarrow$) wynika z definicji 11 w postaci twierdzenia:

TWIERDZENIE 5.

$s \vDash A \rightarrow B$ wtw dla dowolnych sytuacji x i y: jeżeli $Rsxy$ oraz $x \vDash A$, to $y \vDash B$.

Omawiana przez Maresa logika $\mathbf{R}^+$ charakteryzowana jest przez klasę modeli spełniających postulaty:

P6 $Raaa$

P7 $R^2(ab)cd \Rightarrow R^2(ac)bd$

P8 $Rabc \Rightarrow R^2(ab)bc$

Tworzą one silną logikę relewantną. Postulaty te odpowiadają własnościom systemu dedukcji naturalnej dla $\mathbf{R}^+$. Postulat P6 (idempotencji) zapewnia, że każda sytuacja jest domknięta na regułę odrywania. Postulat P7 (przemienności) odzwierciedla fakt, że kolejność hipotez nie ma znaczenia dla poprawności inferencji, natomiast postulat P8 sprawia, że daną hipotezę możemy zastosować w dowodzie dowolną liczbę razy.

6. ZAKOŃCZENIE

Szeroko rozumiane pojęcie informacji w sposób naturalny związane jest z logiką. Zastosowanie pojęcia informacji do filozoficznego uzasadnienia semantyki dla logik relewantnych nie jest przedsięwzięciem odosobnionym. Za pomocą podobnych pojęć dokonuje się eksplikacji semantyk dla logiki intuicjonistycznej i epistemicznej.

Przedstawione interpretacje nie tylko dostarczają nieformalnego odczytania semantyki dla logik relewantnych, lecz także usprawiedliwiają istnienie całej klasy systemów logicznych. Przypomnijmy, że zgodnie z teorioinformacyjnym odczytaniem semantyki relacyjnej, $Rabc$ oznacza w uproszczeniu, że kombinacja (złożenie) informacji a z informacją b daje informację c. Powstaje wówczas pytanie o własności tego rodzaju operacji złożenia. Jak widzieliśmy, nie musi ona być idempotentna, przemienna i łączna. Własności operacji złożenia różnią się w zależności od tego, który z wariantów prezentowanej teorii informacji uznamy za uprzywilejowany. Kolejne postulaty nakładane na operację złożenia wyznaczają coraz silniejsze systemy logiczne.

Przedstawione tu interpretacje całkowicie pomijają zagadnienie negacji w logikach relewantnych. Semantyka relacyjna dla logik relewantnych z negacją powstaje w wyniku rozszerzenia relewantnej struktury relacyjnej o funkcję $*: U \rightarrow U$ (zwaną operacją „gwiazdkowania”), która każdemu elementowi $a \in U$ przyporządkowuje pewien element $a^* \in U$. Warunek spełniania dla negacji przyjmuje następującą postać:

($\neg$) $(\boldsymbol{M}, a) \vDash \neg A$ wtw $(\boldsymbol{M}, a^*) \nvDash A$.

Funkcja * również stała się przedmiotem krytyki Copelanda. Sposób jej nieformalnej interpretacji (również za pomocą pojęcia informacji) podał J. Michael Dunn (1993). Wprowadził on binarną relację zgodności (kompatybilności) C określoną na zbiorze sytuacji U. Zdaniom negacyjnym nadana została następująca interpretacja:

$$(\boldsymbol{M}, a) \vDash \neg A \text{ wtw dla każdego } b\text{, jeżeli } aCb\text{, to } (\boldsymbol{M}, b) \nvDash A.$$

Nawiązując do wcześniejszej interpretacji, można powiedzieć, że zdanie $\neg A$ jest prawdziwe w sytuacji a, jeśli w każdej sytuacji b zgodnej z a (z uwagi na niesione przez a informacje) A nie jest prawdziwe w b. Sytuację a^* możemy wyobrazić sobie jako największą (tj. najbardziej informatywną) sytuację b taką, że aCb (tj. b jest zgodna z informacją niesioną przez a).

BIBLIOGRAFIA

Barwise J. (1989), *The Situation in Logic*, Stanford, CA: Center for the Study of Language and Information.

Barwise J. (1993), *Constraints, Channels and the Flow of Information* [w:] *Situation Theory and Its Applications*, t. 3, P. Aczel, D. Israel, Y. Katagiri, S. Peters (red.), Stanford, CA: Center for the Study of Language and Information, 3-27.

Barwise J., Etchemendy J. (1987), *The Liar. An Essay on Truth and Circularity*, New York, NY: Oxford University Press.

Barwise J., Perry J. (1983), *Situations and Attitudes*, Cambridge, MA: MIT Press.

Barwise J., Seligman J. (1994), *The Rights and Wrongs of Natural Regularity*, „Philosophical Perspectives" 8, 331-364.

Copeland B. J. (1979), *On When a Semantics Is Not a Semantics. Some Reasons for Disliking the Routley–Meyer Semantics for Relevance Logic*, „Journal of Philosophical Logic" 8(1), 399-413.

Devlin K. (1991), *Logic and Information*, Cambridge: Cambridge University Press.

Dretske F. (1981), *Knowledge and the Flow of Information*, Cambridge, MA: MIT Press.

Dunn J. M. (1986), *Relevance Logic and Entailment* [w:] *Handbook of Philosophical Logic*, t. 3, D. Gabbay, F. Guenthner (red.), Dordrecht: Riedel, 117-224.

Dunn J. M. (1993), *Star and Perp*, „Philosophical Perspectives" 7, 331-357.

Israel D., Perry J. (1990), *What Is Information* [w:] *Information, Language and Cognition*, P. Hanson (red.), Vancouver: University of British Columbia Press, 1-19.

Mares E. (1997), *Relevant Logic and the Theory of Information*, „Synthese" 109(3), 345-360.

Mares E. (2004), *Relevant Logic. A Philosophical Interpretation*, Cambridge: Cambridge University Press.

Restall G. (1996), *Information Flow and Relevant Logics* [w:] *Logic, Language and Computation*, J. Seligman, D. Westerstahl (red.), Stanford, CA: Center for the Study of Language and Information, 463-477.

Routley R., Meyer R. K. (1973), *The Semantics of Entailment* [w:] *Truth, Syntax and Modality*, H. Leblanc (red.), Amsterdam: North-Holland, 199-243.

Urquhart A. (1972), *Semantics for Relevant Logics*, „Journal of Symbolic Logic" 37(1), 159-169.