Filozofia Nauki
Rok XIX, 2011, Nr 1(73)

Mariusz Grygianiec

Aksjomatyczne definicje genidentyczności*

WSTĘP

W swoich pismach Zdzisław Augustynek zrekonstruował trzy systemy aksjomatyczne, które stanowiły definicje relacji genidentyczności.[1] Podobną propozycję sformułował niedawno Eugeniusz Żabski.[2]

Niniejsza praca stawia sobie za cel: (i) przypomnienie wysiłków teoretycznych Augustynka, zmierzających do zdefiniowania relacji identyczności genetycznej; (ii) rekonstrukcję owych wysiłków w języku rachunku predykatów; (iii) uzupełnienie rekonstrukcji Augustynka o stosowne dowody; (iv) analizę wybranych założeń metodologicznych i ontologicznych, leżących u podstaw rekonstrukcji Augustynka; (v) porównanie systemów Augustynka do rekonstrukcji zaproponowanych przez Żabskiego; (vi) zarysowanie propozycji definicji rzeczy przez abstrakcję przy pomocy pojęcia genidentyczności.

Chociaż moje własne zapatrywania odbiegają w znacznym stopniu od poglądów Augustynka, uważam, że jego teoretyczne wysiłki nie powinny ulec zapomnieniu — tym bardziej że konstrukcje teoretyczne, będące przedmiotem niniejszych analiz,

* Praca została wykonana w ramach grantu badawczego *Marie Curie Intra-European Fellowship* (FP7-PEOPLE-2009-IEF) — Reference N^{o} 250 594, realizowanego pod opieką naukową Prof. E. Jonathana Lowe'a na Wydziale Filozofii w Durnham University (UK). Pragnę niniejszym wyrazić wdzięczność Panu Profesorowi Lowe za intelektualne wsparcie oraz cenne komentarze.

[1] W niniejszej pracy korzystam obficie z następujących trzech prac Augustynka: Z. Augustynek, Identyczność genetyczna, *Studia Filozoficzne* 2(1984), s. 31-42; tegoż, Substancja — przyczynowość — przestrzeń — czas, [w:] tegoż, *Czasoprzestrzeń. Eseje filozoficzne*, WFiS UW, Warszawa 1997, s. 99-111; tegoż, Wspólna podstawa przestrzeni i czasu, [w:] tegoż, *Czasoprzestrzeń*..., s. 51-57.

[2] Zob. E. Żabski, Notka o paradoksie statku Tezeusza oraz identyczności genetycznej, *Filozofia Nauki* 1(2008), s. 75-82.

można z powodzeniem zastosować poza ewentystycznym kontekstem, w którym się zrodziły.

ZAŁOŻENIA SYSTEMÓW AUGUSTYNKA

Wśród przedzałożeń metodologicznych Augustynka leżały następujące przekonania: (i) analizę pojęcia genidentyczności należy przeprowadzić na gruncie definicji aksjomatycznej, jako że dotychczasowe próby definiowania inkryminowanego pojęcia poprzez definicje równoważnościowe są bądź niewystarczające, bądź wadliwe; (ii) analiza ta musi uwzględniać zaplecze fizykalne, tj. musi pozostawać w ścisłym związku z danymi, które uzyskujemy na gruncie fizyki (STW); (iii) musi ona uwzględniać uwikłanie relacji genidentyczności w związki z relacjami: identyczności logicznej, *quasi*-równoczesności, *quasi*-kolokacji i powiązania kauzalnego.

Definicja genidentyczności musi być więc definicją aksjomatyczną — definicją w uwikłaniu, definicją przez postulaty. Jak wspomniano wyżej, definicja ta angażuje następujące relacje absolutne (pierwszą logiczną, trzy następne — fizyczne):

a) relację identyczności logicznej i logicznej różności [I, I^*];
b) relację *quasi*-równoczesności i absolutnej separacji czasowej [R, R^*];
c) relację *quasi*-kolokacji i absolutnej separacji przestrzennej [L, L^*];
d) relację powiązania kauzalnego i dopełnienie tej relacji [H, H^*].

Własności tych relacji są następujące. I jest relacją zwrotną symetryczną i przechodnią w zbiorze wszystkich zdarzeń punktowych S, jest więc relacją równoważnościową i spełnia zasadę ekstensjonalności. Relacja I^* jest relacją przeciwzwrotną, symetryczną, ale nieprzechodnią w S. Relacja R jest natomiast w S relacją zwrotną, symetryczną, lecz nieprzechodnią. Podobne własności posiada relacja L. Z kolei dopełnienia wymienionych właśnie relacji, czyli relacje R^* oraz L^*, są w S przeciwzwrotne, symetryczne, ale obie — nieprzechodnie. Takie same własności posiada niezorientowana relacja kauzalna H. Natomiast jej dopełnienie — relacja H^* — jest co prawda w S nieprzechodnia i symetryczna, ale w przeciwieństwie do H — jest zwrotna w S.

Co do relacji G, Augustynek zakłada, że jest to relacja zwrotna, symetryczna i przechodnia. Natomiast jej dopełnienie — relacja G^* — jest co prawda symetryczne w S, ale nie jest w S ani zwrotna, ani przechodnia. Wydaje się, że założenie, iż G jest relacją przechodnią w S, jest jednym z najważniejszych założeń proponowanych rekonstrukcji.

Wśród dalszych założeń systemów Augustynka znajdujemy następujące założenia ontologiczne: (i) relacja G zachodzi pomiędzy przekrojami czasowymi rzeczy (na gruncie ewentyzmu punktowego rzecz jest odpowiednim, tj. czasowo ciągłym, kauzalnie zwartym, czasowo i przestrzennie rozciągłym, zbiorem zdarzeń punktowych); (ii) rzeczy traktuje się tu (wyjątkowo) jako nierozciągłe przestrzennie zbiory zdarzeń, a co za tym idzie, (iii) polem relacji G jest sam zbiór S. Dodać należy, że założenie (ii) jest niezwykle idealizacyjne i w pewnym sensie gwałci definicję rzeczy przyjętej ostatecznie na gruncie samego ewentyzmu. Okoliczność tę jednak tymczasowo pominiemy.

SYSTEM I

Pierwsza definicja aksjomatyczna genidentyczności zaproponowana przez Augustynka składa się z czterech następujących aksjomatów:

(A1) $\forall x,y\ \{I(x,y) \to [G(x,y) \wedge R(x,y) \wedge L(x,y)]\}$;
(A2) $\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge R(x,y)] \to L(x,y)\}$;
(A3) $\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \to H(x,y)\}$;
(A4) $\forall x,y\ [H(x,y) \to R^*(x,y)]$.

Aksjomat pierwszy powiada, że jeżeli dwie dowolne części czasowe przedmiotu (u Augustynka: zdarzenia) są identyczne logicznie, to są genidentyczne, *quasi*-równoczesne i *quasi*-kolokalne. Według drugiego aksjomatu, jeżeli dwie dowolne części czasowe przedmiotu są genidentyczne i *quasi*-równoczesne, to są one *quasi*-kolokalne. Zgodnie z aksjomatem trzecim, jeżeli dwie części czasowe przedmiotu są genidentyczne i czasowo odseparowane, to są powiązane kauzalnie (albo pierwsza jest przyczyną drugiej, albo jest odwrotnie). Aksjomat czwarty dodaje natomiast, że jeżeli dwie części czasowe są kauzalnie powiązane, to są one odseparowane czasowo.

Aksjomat (A1) bez dodatkowych założeń sam generuje następujące trywialne tezy:

(T01) $\forall x,y\ [I(x,y) \to G(x,y)]$ {A1}
(T02) $\forall x,y\ [I(x,y) \to R(x,y)]$ {A1}
(T03) $\forall x,y\ [I(x,y) \to L(x,y)]$ {A1}
(T04) $\forall x,y\ \{I(x,y) \to [R(x,y) \wedge L(x,y)]\}$ {A1}

Do systemu wprowadza się dodatkowe dwie definicje: relacji genidentyczności podświetlnej Gs (dla obiektów poruszających się z prędkościami mniejszymi niż prędkość światła) oraz relacji genidentyczności świetlnej Gs' (dla obiektów poruszających się z prędkością światła):[3]

(Df1) $\forall x,y\ \{Gs'(x,y) \equiv_{df} [G(x,y) \wedge L(x,y)]\}$;
(Df2) $\forall x,y\ \{Gs(x,y) \equiv_{df} \langle G(x,y) \wedge \{[R^*(x,y) \wedge L^*(x,y)] \vee [R(x,y) \wedge L(x,y)]\}\rangle\}$.

Z podanych definicji uzyskujemy natychmiast tezy:

(T05) $\forall x,y\ \{Gs'^*(x,y) \equiv [G^*(x,y) \vee L^*(x,y)]\}$ {Df1}
(T06) $\forall x,y\ \{Gs^*(x,y) \equiv \langle G^*(x,y) \vee \{[R(x,y) \wedge L^*(x,y)] \vee [R^*(x,y) \wedge L(x,y)]\}\rangle\}$ {Df2}
(T1) $\forall x,y\ [Gs'(x,y) \to G(x,y)]$ {Df1}

[3] Łatwo się domyślić, że Gs i Gs' są relacjami równoważnościowymi w S, ich dopełnienia zaś — odpowiednio Gs^* i Gs'^* — są w S — podobnie jak relacja G^* — relacjami przeciwzwrotnymi, symetrycznymi i nieprzechodnimi.

(T2) $\forall x,y\ [Gs(x,y) \to G(x,y)]$ {Df2}
(T07) $\forall x,y\ [G^*(x,y) \to Gs'^*(x,y)]$ {T1}
(T08) $\forall x,y\ [G^*(x,y) \to Gs^*(x,y)]$ {T2}
(T3) $\forall x,y\ [Gs'(x,y) \to L(x,y)]$ {Df1}

Z tezy (T3) możemy uzyskać następujące dalsze twierdzenia:

(T4) $\forall x,y\ \{[Gs'(x,y) \wedge R(x,y)] \to L(x,y)\}$ {T3}
(T5) $\forall x,y\ \{[Gs'(x,y) \wedge R^*(x,y)] \to L(x,y)\}$ {T3}

Z kolei definicja (Df2) pociąga twierdzenia następujące:

(T6) $\forall x,y\ \{[Gs(x,y) \wedge R(x,y)] \to L(x,y)\}$ {Df2}
(T7) $\forall x,y\ \{[Gs(x,y) \wedge R^*(x,y)] \to L^*(x,y)\}$ {Df2}

Aksjomat (A2) wraz z definicjami (Df1) i (Df2) pociąga tezę:

(T8) $\forall x,y\ \{G(x,y) \equiv [Gs'(x,y) \vee Gs(x,y)]\}$ {Df1, Df2, A2}

W świetle wspomnianych definicji oraz aksjomatu (A1) można przyjąć tezę:

(T9) $\forall x,y\ \{I(x,y) \to [Gs'(x,y) \wedge Gs(x,y)]\}$ {Df1, Df2, A1}

Na podstawie aksjomatu (A3) oraz definicji (Df1) i (Df2) przyjmujemy twierdzenia:

(T10) $\forall x,y\ \{[Gs'(x,y) \wedge R^*(x,y)] \to H(x,y)\}$ {Df1, A3}
(T11) $\forall x,y\ \{[Gs(x,y) \wedge R^*(x,y)] \to H(x,y)\}$ {Df1, A3}

Nie ma chyba potrzeby pokazywania wszystkich kroków dowodowych w tym systemie — można ograniczyć się jedynie do kilku z nich. Przykładowo można pokazać sposób uzyskania w tym systemie tez (T3), (T4) czy (T10). Weźmy na początek tezę (T3). Ma ona wynikać z definicji (Df1). Trzeba zatem pokazać, że prawdziwa jest implikacja (Df1) → (T3):

(A) $\forall x,y\ \{Gs'(x,y) \equiv_{\mathrm{df}} [G(x,y) \wedge L(x,y)]\} \to \forall x,y\ [Gs'(x,y) \to L(x,y)]$.

Dowód przebiega, jak następuje:

(1*) $\forall x,y\ \{Gs'(x,y) \equiv [G(x,y) \wedge L(x,y)]\}$ {(Df1)}
(2*) $Gs'(x,y) \equiv [G(x,y) \wedge L(x,y)]$ {O∀, (1*)}
(3*) $Gs'(x,y) \to [G(x,y) \wedge L(x,y)]$ {(2*)}
(1.1*) $Gs'(x,y)$ {zał. dod.}
(1.2*) $G(x,y) \wedge L(x,y)$ {(3*), (1.1*)}
(1.3*) $G(x,y)$ {(1.2*)}
(1.4*) $L(x,y)$ {(1.2*)}
(4*) $Gs'(x,y) \to L(x,y)$ {(1.1*) → (1.4*)}
$\forall x,y\ [Gs'(x,y) \to L(x,y)]$ {D∀, (4*)}, *qed.*

Następnie, udowodniwszy implikację (Df1) → (T3), można — na podstawie reguły *modus ponens* oraz (Df1) — przyjąć jej następnik, czyli twierdzenie (T3). W jaki sposób uzyskujemy natomiast tezę (T4)? Teza ta ma wynikać z udowodnionej właśnie tezy (T3). Należy zatem pokazać, że implikacja (T3) → (T4) jest prawdziwa:

(B) $\forall x,y\ [Gs'(x,y) \rightarrow L(x,y)] \rightarrow \forall x,y\ \{[Gs'(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow L(x,y)\}$.

(1*)	$\forall x,y\ [Gs'(x,y) \rightarrow L(x,y)]$	{(T1)}
(2*)	$Gs'(x,y) \rightarrow L(x,y)$	{O∀, (1*)}
(3*)	$[Gs'(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow L(x,y)$	$\{(p \rightarrow q) \rightarrow [(p \wedge r) \rightarrow q]$, (2*)}
	$\forall x,y\ \{[Gs'(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow L(x,y)\}$	{D∀, (4*)}, *qed.*

Dalej postępujemy tak, jak poprzednio. Teraz pokażemy, w jaki sposób uzyskać niebanalną tezę (T10). Według Augustynka, ma ona wynikać z definicji (D1) oraz aksjomatu (A3). Dowód przedstawiałby się następująco:

(1*)	$\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$	{(A3)}
(2*)	$\forall x,y\ \{Gs'(x,y) \equiv [G(x,y) \wedge L(x,y)]\}$	{(Df1)}
(3*)	$[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)$	{O∀, (1*)}
(4*)	$Gs'(x,y) \equiv [G(x,y) \wedge L(x,y)]$	{O∀, (2*)}
(5*)	$\{[G(x,y) \wedge L(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$	$\{(p \rightarrow q) \rightarrow [(p \wedge r) \rightarrow q]$, (3*)}
(6*)	$\{[Gs'(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$	{(5*), (4*)}
	$\forall x,y\ \{[Gs'(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$	{D∀, (6*)}, *qed.*

SYSTEM II

Augustynek w tym samym miejscu[4] zaproponował mocniejszy system aksjomatyczny genidentyczności. Składa się on z następujących aksjomatów:

(A1’) $\forall x,y\ \{I(x,y) \rightarrow [G(x,y) \wedge R(x,y) \wedge L(x,y)]\}$;
(A2’) $\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow I(x,y)\}$;
(A3’) $\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge I^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$;
(A4’) $\forall x,y\ [H(x,y) \rightarrow R^*(x,y)]$.

Na gruncie tego systemu otrzymujemy przykładowo twierdzenia następujące:

(T1’)	$\forall x,y\ \{I(x,y) \equiv [G(x,y) \wedge R(x,y)]\}$	{(A1’), (A2’)}
(T2’)	$\forall x,y\ [I(x,y) \rightarrow G(x,y)]$	{(T1’)}
(T3’)	$\forall x,y\ [I(x,y) \rightarrow R(x,y)]$	{(T1’)}
(T4’)	$\forall x,y\ \langle I(x,y) \rightarrow \{[G(x,y) \wedge R(x,y)] \vee [G^*(x,y) \wedge R^*(x,y)]\}\rangle$	{(T1’)}
(T5’)	$\forall x,y\ \langle G(x,y) \rightarrow \{[I(x,y) \wedge R(x,y)] \vee [I^*(x,y) \wedge R^*(x,y)]\}\rangle$	{(T1’)}
(T6’)	$\forall x,y\ \langle R(x,y) \rightarrow \{[G(x,y) \wedge I(x,y)] \vee [G^*(x,y) \wedge I^*(x,y)]\}\rangle$	{(T1’)}
(T7’)	$\forall x,y\ [I(x,y) \rightarrow L(x,y)]$	{(A1’)}

Jako ciekawostkę można potraktować okoliczność, iż Augustynek w swoich rekonstrukcjach przeoczył ciekawą konsekwencję aksjomatów (A3’) i (A4’), a mianowicie twierdzenie:

(T8’) $\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge I^*(x,y)] \rightarrow R^*(x,y)\}$.

Było to najprawdopodobniej spowodowane tym, że twierdzenie owo jest natychmiastową konsekwencją wspomnianych aksjomatów. Niemniej jednak ustala

[4] Zob. Z. Augustynek, Identyczność genetyczna…, s. 39-40.

ono ważną relację pomiędzy genidentycznością, identycznością logiczną i *quasi*-równoczesnością. Jego dowód wydaje się całkowicie banalny:

(1*)	$\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge I^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$	{(A3')}
(2*)	$\forall x,y\ [H(x,y) \rightarrow R^*(x,y)]$	{(A4')}
(3*)	$[G(x,y) \wedge I^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)$	{O∀, (1*)}
(4*)	$H(x,y) \rightarrow R^*(x,y)$	{O∀, (2*)}
(5*)	$[G(x,y) \wedge I^*(x,y)] \rightarrow R^*(x,y)\}$	{(3*), (4*)}
(T8')	$\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge I^*(x,y)] \rightarrow R^*(x,y)\}$	{D∀, (5*)}, *qed.*

Można wykazać, że pierwszy system (słabszy) wynika z drugiego. Ponieważ aksjomaty (A1') i (A4') są takie same, jak (A1) i (A4), wystarczy pokazać, w jaki sposób aksjomaty (A2) i (A3) wynikają z tez drugiego systemu. Dowód pierwszego z pożądanych aksjomatów wygląda następująco:

(1*)	$\forall x,y\ \{I(x,y) \rightarrow [G(x,y) \wedge R(x,y) \wedge L(x,y)]\}$	{(A1')}
(2*)	$\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow I(x,y)\}$	{(A1')}
(3*)	$I(x,y) \rightarrow [G(x,y) \wedge R(x,y) \wedge L(x,y)]$	{O∀, (1*)}
(4*)	$I(x,y) \rightarrow L(x,y)$	{(3*)}
(5*)	$[G(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow I(x,y)$	{O∀, (2*)}
(6*)	$[G(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow L(x,y)$	{(5*), (4*)}
(A2)	$\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow L(x,y)\}$	{D∀, (6*)}, *qed.*

Oto wyprowadzenie drugiego aksjomatu:

(1*)	$\forall x,y\ \{I(x,y) \rightarrow [G(x,y) \wedge R(x,y) \wedge L(x,y)]\}$	{(A1')}
(2*)	$\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge I^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$	{(A3')}
(3*)	$I(x,y) \rightarrow [G(x,y) \wedge R(x,y) \wedge L(x,y)]$	{O∀, (1*)}
(4*)	$I(x,y) \rightarrow R(x,y)$	{(3*)}
(5*)	$R^*(x,y) \rightarrow I^*(x,y)$	{(4*)}
(6*)	$[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow [G(x,y) \wedge I^*(x,y)]$	{(5*)}
(7*)	$[G(x,y) \wedge I^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)$	{O∀, (2*)}
(8*)	$[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)$	{(6*), (7*)}
(A3)	$\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$	{D∀, (8*)}, *qed.*

Powstaje pytanie, czy system pierwszy nie pociąga logicznie drugiego. Odpowiedź jest negatywna. Tego typu relacja może zachodzić dopiero po przyjęciu dość oczywistego, ale spornego założenia. Założenie owo głosi, że przekroje czasowe rzeczy, które są zarówno *quasi*-równoczesne, jak i *quasi*-kolokalne, są też identyczne:

(Z) $\forall x,y\ \{[R(x,y) \wedge L(x,y)] \rightarrow I(x,y)\}$.

Wyprowadzenie aksjomatu (A2') z (A2) oraz (Z) przebiega następująco:

(1*)	$\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow L(x,y)\}$	{(A2)}
(2*)	$[G(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow L(x,y)$	{O∀, (1*)}
(3*)	$G(x,y) \rightarrow [R^*(x,y) \vee L(x,y)]$	$\{[(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow [p \rightarrow (\sim q \vee r)], (2^*)\}$
(4*)	$\forall x,y\ \{[R(x,y) \wedge L(x,y)] \rightarrow I(x,y)\}$	{(Z)}
(5*)	$[R(x,y) \wedge L(x,y)] \rightarrow I(x,y)$	{O∀, (4*)}
(6*)	$R(x,y) \rightarrow [L^*(x,y) \vee I(x,y)]$	$\{[(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow [p \rightarrow (\sim q \vee r)], (5^*)\}$

(7*) $[G(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow \{[R^*(x,y) \vee L(x,y)] \wedge [L^*(x,y) \vee I(x,y)]\}$ {(3*), (6*)}
(8*) $[G(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow [R^*(x,y) \vee I(x,y)]$ {(7*)}
(9*) $[G(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow I(x,y)$ {(8*)}
(A2') $\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow I(x,y)\}$ {D∀, (9*)}, *qed.*

W celu uzyskania aksjomatu (A3'), Augustynek proponuje najpierw udowodnić dwa inne twierdzenia:

(i) $\forall x,y\ \langle\{[G(x,y) \wedge \sim [R(x,y) \wedge L(x,y)]\} \rightarrow H(x,y)\rangle$;
(ii) $\forall x,y\ \{I^*(x,y) \equiv \sim [R(x,y) \wedge L(x,y)]\}$.

Do udowodnienia twierdzenia (i) potrzebujemy m.in. tezy:

(iii) $\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge L^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$.

Oto jej dowód:

(1*) $\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$ {(A3)}
(2*) $\forall x,y\ [H(x,y) \rightarrow R^*(x,y)]$ {(A4)}
(3*) $[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)$ {O∀, (1*)}
(4*) $H(x,y) \rightarrow R^*(x,y)$ {O∀, (2*)}
(5*) $G(x,y) \rightarrow [R^*(x,y) \rightarrow H(x,y)]$ {prawo eksportacji, (3*)}
(1.1*) $G(x,y)$ {zał.dod.}
(1.2*) $R^*(x,y) \rightarrow H(x,y)$ {*modus ponens* (5*), (1.1*)}
(1.3*) $R(x,y) \vee H(x,y)$ {(1.2*)}
(6*) $G(x,y) \rightarrow [R(x,y) \vee H(x,y)]$ {(1.1*) → (1.3*)}
(7*) $G(x,y) \rightarrow H(x,y)$ {(6*)}
(8*) $[G(x,y) \wedge L^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)$ {$(p \rightarrow q) \rightarrow [(p \wedge r) \rightarrow q]$, (3*)}
(iii) $\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge L^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$ {D∀, (8*)}, *qed.*

Wykorzystując udowodnioną właśnie tezę (iii) oraz aksjomat (A3), dowodzimy tezy:

(iv) $\forall x,y\ \langle\{[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \vee [G(x,y) \wedge L^*(x,y)]\} \rightarrow H(x,y)\rangle$.

Dowód przedstawia się następująco:

(1*) $\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge L^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$ {(i)}
(2*) $\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$ {(A3)}
(3*) $[G(x,y) \wedge L^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)$ {O∀, (1*)}
(4*) $[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)$ {O∀, (2*)}
(5*) $\{[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \vee [G(x,y) \wedge L^*(x,y)]\} \rightarrow H(x,y)$ {(3*), (4*)}
(iv) $\forall x,y\ \langle\{[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \vee [G(x,y) \wedge L^*(x,y)]\} \rightarrow H(x,y)\rangle$ {D∀, (8*)}, *qed.*

Dalej, na podstawie właśnie udowodnionej tezy, uzyskujemy w prosty sposób twierdzenie:

(v) $\forall x,y\ \langle\{[G(x,y) \wedge [R^*(x,y) \vee L^*(x,y)]\} \rightarrow H(x,y)\rangle$ {(iv)}

Z niego zaś w równie banalny sposób otrzymujemy pożądaną tezę:

(i) $\forall x,y\ \langle\{[G(x,y) \wedge \sim [R(x,y) \wedge L(x,y)]\} \rightarrow H(x,y)\rangle$ {(v)}

W przypadku twierdzenia (ii) działamy następująco. Z założenia (Z) oraz aksjomatu (A1) otrzymujemy twierdzenie:

(vi) $\forall x,y\ \{I(x,y) \equiv [R(x,y) \wedge L(x,y)]\}$.

Jego dowód przebiega *ut sequitur*:

(1*) $\forall x,y\ \{[R(x,y) \wedge L(x,y)] \rightarrow I(x,y)\}$ {(Z)}
(2*) $\forall x,y\ \{I(x,y) \rightarrow [G(x,y) \wedge R(x,y) \wedge L(x,y)]\}$ {(A1)}
(3*) $[R(x,y) \wedge L(x,y)] \rightarrow I(x,y)$ {O∀, (1*)}
(4*) $I(x,y) \rightarrow [G(x,y) \wedge R(x,y) \wedge L(x,y)]$ {O∀, (2*)}
(5*) $I(x,y) \rightarrow [R(x,y) \wedge L(x,y)]$ {(4*)}
(6*) $I(x,y) \equiv [R(x,y) \wedge L(x,y)]$ {(5*), (3*)}
(vi) $\forall x,y\ \{I(x,y) \equiv [R(x,y) \wedge L(x,y)]\}$ {D∀, (8*)}, *qed.*

Z powyższego twierdzenia — przez kontrapozycję — otrzymujemy poszukiwane twierdzenie (ii):

(ii) $\forall x,y\ \{I^*(x,y) \equiv \sim [R(x,y) \wedge L(x,y)]\}$.

Twierdzenia (i) i (ii) powinny łącznie pociągać aksjomat (A3'). Oto dowód:

(1*) $\forall x,y\ \langle\{[G(x,y) \wedge \sim [R(x,y) \wedge L(x,y)]\} \rightarrow H(x,y)\rangle$ {(i)}
(2*) $\forall x,y\ \{I^*(x,y) \equiv \sim [R(x,y) \wedge L(x,y)]\}$ {(ii)}
(3*) $\{G(x,y) \wedge \sim [R(x,y) \wedge L(x,y)]\} \rightarrow H(x,y)$ {O∀, (1*)}
(4*) $I^*(x,y) \equiv \sim [R(x,y) \wedge L(x,y)]$ {O∀, (1*)}
(5*) $[G(x,y) \wedge I^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)$ {(4*), (3*)}
(A3') $\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge I^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$ {D∀, (8*)}, *qed.*

W ten sposób — na podstawie założenia (Z) — dokonaliśmy redukcji drugiego systemu aksjomatycznego do systemu pierwszego.

Powodem, dla którego Augustynek nie przyjmuje owego drugiego, skonstruowanego przez siebie systemu, jest okoliczność, że w tym celu musiałby również uznać wspomniane założenie (Z), którego jednak zaakceptować nie chce. Założenie to bowiem wyklucza sytuację, w której jakieś dwa obiekty (np. zdarzenia, fragmenty pól fizycznych) mogłyby ze sobą koincydować, nie będąc zarazem identyczne. Z racji tego, iż założenie (Z) wyklucza koincydencję czasoprzestrzenną, a jest ona faktem konstatowanym w fizyce, Augustynek odrzuca owo założenie, a ponieważ wcześniej uznał pierwszy system aksjomatyczny, który pociąga — łącznie z (Z) — system drugi, musi się również powstrzymać przed akceptacją owego drugiego systemu.

SYSTEM III

Nieco zmodyfikowany system Augustynek sformułował w innym miejscu.[5] Jego aksjomaty przedstawiają się następująco:

[5] Zob. Z. Augustynek, Substancja — przyczynowość…, s. 99-111.

(A1#) $\forall x,y\ \{I(x,y) \rightarrow [G(x,y) \wedge R(x,y)]\}$;
(A2#) $\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow I(x,y)\}$;
(A3#) $\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge H(x,y)] \rightarrow R^*(x,y)\}$;
(A4#) $\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge R^*(x,y) \rightarrow H(x,y)]$.

System ten pociąga większość twierdzeń dostarczonych przez system pierwszy. Dają się tu jednak uzyskać również twierdzenia inne, przykładowo:

(T1#) $\forall x,y\ \{[G(x,y) \rightarrow [H(x,y) \equiv R^*(x,y)]\}$.

Oto dowód:

(1*)	$\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge H(x,y)] \rightarrow R^*(x,y)\}$	{(A3#)}
(2*)	$\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)]$	{(A4#)}
(3*)	$[G(x,y) \wedge H(x,y)] \rightarrow R^*(x,y)$	{O∀, (1*)}
(4*)	$[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)$	{O∀, (2*)}
(5*)	$G(x,y) \rightarrow [H(x,y) \rightarrow R^*(x,y)]$	{prawo eksportacji, (3*)}
(6*)	$G(x,y) \rightarrow [R^*(x,y) \rightarrow H(x,y)]$	{prawo eksportacji, (4*)}
(7*)	$G(x,y) \rightarrow [R^*(x,y) \equiv H(x,y)]$	{(5*), (6*)}
	(T1#) $\forall x,y\ \{[G(x,y) \rightarrow [H(x,y) \equiv R^*(x,y)]\}$	{D∀, (7*)}, *qed.*

Innym, interesującym twierdzeniem, jest teza:

(T2#) $\forall x,y\ \{[R^*(x,y) \rightarrow [G^*(x,y) \vee H(x,y)]\}$.

Jej dowód przedstawia się następująco:

(1*)	$\forall x,y\ \{[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)]$	{(A4#)}
(2*)	$[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)$	{O∀, (1*)}
(3*)	$R^*(x,y) \rightarrow [G(x,y) \rightarrow H(x,y)]$	{prawo eksportacji, (2*)}
	(1.1*) $R^*(x,y)$	{zał. dod.}
	(1.2*) $G(x,y) \rightarrow H(x,y)$	{*modus ponens* (3*), (1.1*)}
	(1.3*) $G^*(x,y) \vee H(x,y)$	{(1.2*)}
(4*)	$R^*(x,y) \rightarrow [G^*(x,y) \vee H(x,y)]$	{(1.1*) → (1.3*)}
	(T2#) $\forall x,y\ \{[R^*(x,y) \rightarrow [G^*(x,y) \vee H(x,y)]\}$	{D∀, (4*)}, *qed.*

KILKA KOMENTARZY

Jednym z kontrowersyjnych złożeń przyjmowanych w systemach Augustynka jest idealizacyjna presumpcja, że: (i) relacja *G* wiąże czasowe przekroje rzeczy oraz (ii) rzeczy są przestrzennie nierozciągłymi zbiorami zdarzeń. Spornymi efektami tego dualnego założenia są następujące fakty:

(a) relacja *G* zachodzi pomiędzy zdarzeniami punktowymi (polem tej relacji jest zatem zbiór zdarzeń punktowych *S*, a nie — po prostu zbiór rzeczy);

(b) rzeczy trwające w czasie są utożsamione ze swoimi liniami światowymi.

Podstawową konsekwencją powyższych rozstrzygnięć jest wątpliwość, czy aksjomatyczna maszyneria zaangażowana w zdefiniowanie relacji genidentyczności ma jakikolwiek walor w rozstrzyganiu filozoficznych paradoksów dotyczących trwania, zmiany i identyczności przedmiotów makroskopowych w czasie (*vide*: paradoks statku Tezeusza). Przedmioty potocznego doświadczenia, uwikłane w typowe paradoksy tego typu, wydają się dalekie od spełniania idealizacyjnych założeń narzuconych przez Augustynka jego własnym rekonstrukcjom.

Zaangażowanie relacji czasoprzestrzennych i kauzalnych w aksjomatyczną definicję genidentyczności wydaje się rozwiązaniem całkowicie rozsądnym, jeżeli nie — koniecznym, brakuje jednak w tych systemach uwypuklenia roli pewnych elementów, które skądinąd sam autor analizowanych rekonstrukcji uważał za kluczowe dla kwestii tożsamości. Mam tu na myśli, po pierwsze, relację czasowej ciągłości (*Cn*) oraz cechę kauzalnej zwartości zbiorów zdarzeń (*Cc*). Nie znajdują one swojego wyrazu w przedstawionych koncepcjach, a wydaje się, że — zgodnie z intuicjami Augustynka — powinny one odgrywać w nich znaczącą rolę.

Kolejną kwestią jest cecha formalna przechodniości relacji *G*, *Gs'* oraz *Gs*. Augustynek zakłada, że owe trzy relacje są przechodnie, ale nigdzie nie podaje jakiegokolwiek uzasadnienia dla tego założenia. Moim zdaniem natomiast, cecha przechodniości jest tą właściwością wspomnianych relacji, która ma podstawowe znaczenie dla rozstrzygania przywoływanych już filozoficznych paradoksów.

Odrzucenie założenia (Z), które stanowi kluczowe przejście od systemu pierwszego do drugiego, nie posiada, w moim mniemaniu, wystarczającego ugruntowania. Nie chcę przez to powiedzieć, że sam akceptuję owo założenie, ale wydaje mi się, że do jego odrzucenia potrzeba silniejszych argumentów niż te, które zaprezentował Augustynek.

Ograniczenie się w analizach do czasoprzestrzennych relacji absolutnych: równoczesności i kolokacji, powinno zostać podparte silniejszymi podstawami; o ile bowiem relacje *I* oraz *H* wydają się całkowicie niezależne od układów odniesienia, o tyle nic nie stoi na przeszkodzie, by uwzględnić relatywistyczny charakter *R* i *L* (odpowiednio też *R** i *L**).

Otwartość czasowa i zamkniętość przestrzenna linii światowych rzeczy są zasadniczo poza dyskusją, ale być może należałoby te okoliczności wykorzystać do wskazania różnic strukturalnych pomiędzy czasem i przestrzenią.

DODATEK

W jeszcze innym miejscu[6] Augustynek rozważa konsekwencje następującego twierdzenia:

(T) $\forall x,y\ \{G^*(x,y) \rightarrow [R^*(x,y) \vee L^*(x,y)]\}$.

Twierdzenie to pociąga dwie następne tezy:

---

[6] Zob. Z. Augustynek, Wspólna podstawa…, s. 51-57.

(K1) $\forall x,y\ \{[G^*(x,y) \wedge L(x,y)] \rightarrow R^*(x,y)\}$;
(K2) $\forall x,y\ \{[G^*(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow L^*(x,y)\}$.

Założeniowy dowód pierwszego z nich polegałby na udowodnieniu implikacji:

$$\forall x,y\ \{G^*(x,y) \rightarrow [R^*(x,y) \vee L^*(x,y)]\} \rightarrow \forall x,y\ \{[G^*(x,y) \wedge L(x,y)] \rightarrow R^*(x,y)\}.$$

Dla wygody i skrótowości w powyższej formule pominiemy kwantyfikatory ogólne:

$$\{G^*(x,y) \rightarrow [R^*(x,y) \vee L^*(x,y)]\} \rightarrow \{[G^*(x,y) \wedge L(x,y)] \rightarrow R^*(x,y)\}.$$

Założeniowy dowód tego twierdzenia jest następujący:

(1*)	$G^*(x,y) \rightarrow [R^*(x,y) \vee L^*(x,y)]$	{zał.}
(2*)	$G^*(x,y) \wedge L(x,y)$	{zał.}
(3*)	$G^*(x,y)$	{OK, (2*)}
(4*)	$L(x,y)$	{OK, (2*)}
(5*)	$R^*(x,y) \vee L^*(x,y)$	{*modus ponens* (1*), (3*)}
	$R^*(x,y)$	{OA, (5*), (4*)}, *qed.*

Na tej podstawie możemy zatem wnosić, że (T) pociąga logicznie (K1). Analogiczny dowód założeniowy drugiego twierdzenia jest następujący. Przyjmujemy implikację:

$$\forall x,y\ \{G^*(x,y) \rightarrow [R^*(x,y) \vee L^*(x,y)]\} \rightarrow \forall x,y\ \{[G^*(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow L^*(x,y)\}$$

i pomijamy w niej kwantyfikatory ogólne:

$$\{G^*(x,y) \rightarrow [R^*(x,y) \vee L^*(x,y)]\} \rightarrow \{[G^*(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow L^*(x,y)\}.$$

Rozumowanie w tym wypadku przebiega następująco:

(1*)	$G^*(x,y) \rightarrow [R^*(x,y) \vee L^*(x,y)]$	{zał.}
(2*)	$G^*(x,y) \wedge R(x,y)$	{zał.}
(3*)	$G^*(x,y)$	{OK, (2*)}
(4*)	$R(x,y)$	{OK, (2*)}
(5*)	$R^*(x,y) \vee L^*(x,y)$	{*modus ponens* (1*), (3*)}
	$L^*(x,y)$	{OA, (5*), (4*)}, *qed.*

W efekcie uzyskujemy potwierdzenie, że rozważane twierdzenie (T) pociąga logicznie tezę (K2).

PORÓWNANIE

Nie ma potrzeby zaznajamiania ewentualnego Czytelnika z aksjomatycznymi propozycjami wysuniętymi niedawno przez Żabskiego w odniesieniu do pojęcia genidentyczności. Ograniczę się zatem w tym miejscu do wyliczenia podstawowych cech koncepcji Żabskiego z jednoczesnym wskazaniem różnic pomiędzy jego ujęciami a rozwiązaniami Augustynka.

Pierwszą, podstawową różnicą pomiędzy tymi koncepcjami jest okoliczność, że choć zarówno Augustynek, jak i Żabski formułują definicje genidentyczności jako definicje aksjomatyczne, to każdy z nich wykorzystuje do tego celu odmienne relacje. Otóż według Żabskiego pojęcie genidentyczności daje się zdefiniować jedynie w uwikłaniu z pojęciem identyczności logicznej oraz identyczności absolutnej. Tymczasem według Augustynka w definicji genidentyczności należy ująć jej związki nie tylko z relacjami logicznymi, ale również i przede wszystkim — z relacjami fizycznymi: powiązaniem kauzalnym, *quasi*-kolokacją i *quasi*-równoczesnością. Moglibyśmy zatem powiedzieć, że propozycja Żabskiego jest logikoidalna, a Augustynka — fizykoidalna.

Drugą zasadniczą różnicą pomiędzy obiema propozycjami jest fakt, iż w ujęciu Augustynka genidentyczność jest relacją przechodnią, natomiast Żabski forsuje rozstrzygnięcie, że jest ona nieprzechodnia. Różnica ta ma kardynalne znaczenie. Otóż dzięki nieprzechodniości genidentyczności Żabski znajduje eleganckie rozwiązanie paradoksów związanych z trwaniem i tożsamością przedmiotów w czasie. U Augustynka walor ten jest pomijany, niemniej jednak okoliczność, że relacja genidentyczności jest przechodnia (i zarazem zwrotna oraz symetryczna), powoduje, że jest ona relacją równoważnościową, a to z kolei otwiera drogę do wykorzystania jej w definiowaniu pewnych obiektów przez abstrakcję. Propozycja Żabskiego jest tego waloru pozbawiona. Powstaje pytanie, jakiego typu obiekty mogłyby być definiowane u Augustynka w wymieniony powyżej sposób. Wydaje się, że rysuje się tu możliwość do zaproponowania alternatywnej — wobec usiłowań samego Augustynka — definicji rzeczy. Otóż dzięki relacji genidentyczności moglibyśmy rzeczy definiować jako *klasy abstrakcji od relacji genidentyczności w zbiorze wszystkich zdarzeń punktowych S*.[7] W ten sposób relacja genidentyczności nie tylko definiowałaby pojęcie rzeczy, ale również wyraźnie określałaby pojęcie linii światowej tej rzeczy (jako że na gruncie ewentyzmu punktowego przyjmuje się tezę o ich tożsamości). Zgodnie bowiem ze schematem Fregego zachodzenie pomiędzy dowolnymi dwoma przedmiotami (*a,b*) jakiejś relacji równoważnościowej (*E*) jest równoważne identyczności zdefiniowanych przez wspomnianą relację klas abstrakcji dla owych obiektów:

(*) $\forall a,b \,\langle E(a,b) \equiv [\{x\colon E(x,a)\} = \{x\colon E(x,b)\}]\rangle$.

W stylizacji Augustynka przekonanie, że rzeczy są klasami abstrakcji od relacji genidentyczności w zbiorze zdarzeń punktowych, dałoby się zatem wysłowić następująco:

[7] Podobną koncepcję, definiującą przedmioty (*continuants*) jako niezmienniki (*invariants*) — klasy abstrakcji od relacji równoważnościowych (np. genidentyczności) w obrębie stanów rzeczy i zdarzeń (*occurrents*), lansuje Peter Simons. Por. tegoż, Continuants and Occurrents, *The Aristotelian Society*, supp. vol. 74(2000), s. 59-75; tegoż, How to Exist at Time When You Have No Temporal Parts, *The Monist* 83, s. 419-436; tegoż, The Tread of Persistence, [w:] Ch. Kanzian (red.), *Persistence*, Ontos Verlag, Frankfurt a. M. 2008, s. 165-184.

(**) $\forall a\,[a \in T \equiv \exists_{x \in S}\,(a = |\,x\,|_G)]$.

Na pierwszy rzut oka propozycja ta może wydawać się nadmierną schematyzacją, pamiętać jednak należy, że relacja *G* jest w systemach Augustynka precyzyjnie dookreślona w uwikłaniu z relacjami kauzalnymi, czasowymi i spacjalnymi. Cała treść tych związków zawarta jest w samym wyrażeniu ‘$G(x,y)$’.

Trzecią różnicą pomiędzy oboma ujęciami jest okoliczność, że koncepcja Żabskiego łatwiej wpisuje się w potoczne intuicje językowe i jest bardziej elegancka niż propozycje Augustynka, które zdają się kompletnie ignorować zarówno typowe paradoksy filozoficzne dotyczące tożsamości w czasie, jak i wspomniane intuicje. Ten walor epistemologiczny zdaje się przemawiać wyraźnie na rzecz koncepcji Żabskiego.

Trzeba wszakże zauważyć, iż — wbrew intencjom Żabskiego — nieprzechodniość relacji *G* może być tylko założona; nie jest bowiem tak, że jej prawdziwość jest wprost pociągana przez jedno z rozstrzygnięć paradoksów trwania w czasie. Wypada natomiast zgodzić się z sugestią, że założenie nieprzechodniości *G* rozwiązuje określone paradoksy i że okoliczność ta przemawia na korzyść wspomnianej interpretacji. Z jednej bowiem strony przekonanie, że teza o nieprzechodniości *G* jest prawdziwa, ponieważ jest eksplanacyjnie użyteczna, wydaje się pewnym uproszczeniem całego zagadnienia, z drugiej zaś — może się okazać, że w konfrontacji z innymi koncepcjami, nierzadko ontologicznie nieoszczędnymi lub nadmiernie egzotycznymi, jest to propozycja najrozsądniejsza.