Filozofia Nauki
Rok XVII, 2009, Nr 1(65)

Michał Tyburski

Cyrkumskrypcja: formalizacja rozumowania niemonotonicznego w logice drugiego rzędu

Streszczenie: W artykule omawiamy metodę cyrkumskrypcji, logiczną formalizację rozumowania niemonotonicznego, opracowaną przez Johna McCarthy'ego oraz Vladimira Lifschitza. Paragraf pierwszy zawiera omówienie założeń sztucznej inteligencji opartej na logice, problemu niemonotoniczności rozumowań zdroworozsądkowych oraz nieformalne ujęcie idei cyrkumskrypcji. W paragrafie drugim podajemy formalną definicję cyrkumskrypcji. Ideę cyrkumskrypcji opisujemy od strony syntaktycznej, jak i semantycznej. Rozważania teoretyczne uzupełniamy przykładami. Paragraf trzeci zawiera omówienie metod obliczania cyrkumskrypcji. W paragrafie czwartym przeprowadzamy, korzystając z wprowadzonej teorii, formalizację prostego rozumowania niemonotonicznego. Artykuł kończą uwagi dotyczące roli logiki w sztucznej inteligencji oraz informacje o implementacjach metody cyrkumskrypcji.

1. SZTUCZNA INTELIGENCJA OPARTA NA LOGICE A ROZUMOWANIE NIEMONOTONICZNE

Przedmiotem badań sztucznej inteligencji jest modelowanie inteligentnych agentów. Agent jest to system, który znajduje się w pewnym środowisku i w oparciu o informacje o tym środowisku rozwiązuje problemy. Istnieje kilka sposobów modelowania inteligentnych agentów. W tym artykule przyjmujemy stanowisko sztucznej inteligencji opartej na logice. W podejściu tym logika spełnia trzy podstawowe funkcje. Po pierwsze, służy ona do logicznej analizy problemów, które ma rozwiązywać agent. Po drugie, służy do reprezentacji wiedzy i rozumowań, którymi będzie posługiwał się agent w procesie rozwiązywania problemów. Po trzecie, logika jest podstawą metod implementacji logicznej specyfikacji agenta. Agent logiczny składa się z dwóch części:

(a) bazy danych oraz (b) mechanizmu wnioskującego. W bazie danych zgromadzone są podstawowe informacje dotyczące środowiska, z których agent korzysta w procesie rozwiązywania problemów. Informacje te są wyrażone w zdaniach logiki. Mechanizm wnioskujący agenta odpowiada za wyciąganie w oparciu o rozumowanie dedukcyjne wniosków z informacji zgromadzonych w bazie danych. Uzyskane w ten sposób informacje agent wykorzystuje w procesie rozwiązywania problemów. Zakłada się, że mechanizm wnioskujący agenta jest niezależny od bazy danych, tzn. typ informacji znajdujący się w bazie danych nie ma wpływu na działanie mechanizmu wnioskującego. Innymi słowy mechanizm wnioskujący działa tak samo bez względu na treść i ilość zgromadzonych w bazie danych informacji. W toku badań nad sztuczną inteligencją opartą na logice założenie to okazało się zbyt restrykcyjne. Zwracano uwagę na to, że w zależności od typu i ilości informacji, które znajdują się w bazie danych, mechanizm wnioskujący agenta musi uwzględniać inne typy rozumowania niż rozumowanie dedukcyjne. Stanowisko to uzasadniano, podając liczne przykłady prostych rozumowań zdroworozsądkowych, o których przypuszczano, że nie można ich oddać w logice dedukcyjnej. W szczególności zwracano uwagę na rozumowanie niemonotoniczne, które pełni istotną rolę w rozumowaniach zdroworozsądkowych, z których korzystają ludzie, rozwiązując codzienne problemy. Rozumowanie niemonotoniczne występuje w takich czynnościach intelektualnych jak: planowanie działań, myślenie o stanach mentalnych innych osób czy zmienianie zdania na dany temat. W związku z powyższym zwolennicy sztucznej inteligencji opartej na logice musieli odpowiedzieć sobie na następujące pytanie: Jak sformalizować rozumowanie niemonotoniczne w logice dedukcyjnej, która jest logiką monotoniczną? Próby odpowiedzi na to pytanie doprowadziły do powstania nowych logik, tzw. logik niemonotonicznych, a także metod formalizacji rozumowań niemonotonicznych w logice dedukcyjnej.

Rozumowanie dedukcyjne jest monotoniczne. Zasada monotoniczności głosi, że: Jeśli ze zbioru przesłanek A wynika zdanie φ, to również wynika ono ze zbioru przesłanek $A \cup B$, dla dowolnego zbioru przesłanek B.

Przykład 0: Ze zbioru przesłanek A = {*Wszyscy ludzie są śmiertelni*, *Karol Darwin jest człowiekiem*} wynika logicznie wniosek, że *Karol Darwin jest śmiertelny*. Utwórzmy nowy zbiór przesłanek poprzez dodanie do zbioru A zbioru B ={*Karol Linneusz jest szwedzkim botanikiem*, *Karol Darwin jest naukowcem*, *Karol Darwin nie jest śmiertelny*}. Ze zbioru $A \cup B$ nadal wynika logicznie wniosek, że *Karol Darwin jest śmiertelny*.

Rozumowania zdroworozsądkowe w odróżnieniu od rozumowań dedukcyjnych bywają niemonotoniczne. Zasada niemonotoniczności głosi, że: Istnieją takie zbiory przesłanek A, B oraz zdanie φ, że z A wynika φ, natomiast z $A \cup B$ nie wynika φ.

Przykład 1: Ze zbioru przesłanek A = {*Kermit jest żabą*, *Zwykle żaby są zielone*} wynika domyślnie wniosek, że *Kermit jest zielony*. Utwórzmy nowy zbiór przesłanek przez dodanie do A zbioru B = {*Kermit jest żabą moczarową*, *Żaba moczarowa nie* *jest zwykłą żabą*}. Wtedy ze zbioru $A \cup B$ nie wynika domyślnie wniosek, że *Kermit jest zielony*.

Zauważmy, że w przykładzie 1 występuje zdanie *Zwykle żaby są zielone*. Zdania tego typu nazywamy zdaniami domyślnymi. W języku naturalnym zdania domyślne przybierają następujące formy: *Zazwyczaj jest tak a tak*, *Normalnie jest tak a tak*, *Zwykle jest tak a tak* etc. Zdania domyślne opisują reguły, które dopuszczają wyjątki. W omawianym przypadku wyjątki od reguły stanowią na przykład żaba dalmatyńska, żaba trawna i żaba moczarowa. Oczywiście nie znamy pełnej listy wyjątków od reguły *Zwykle żaby są zielone*. Przeprowadzając rozumowanie zdroworozsądkowe, agent zakłada, że środowisko i obiekty występujące w tym środowisku są normalne, typowe. Dowiadując się, że *Kermit jest żabą*, agent korzysta ze zdania domyślnego *Zwykle żaby są zielone*, zakłada domyślnie przy braku informacji, że jest inaczej, że *Kermit jest zwykłą żabą* i w oparciu o to założenie wyciąga wniosek, że *Kermit jest zielony*. Jeśli później agent uzyskuje nowe informacje, to jest gotów anulować założenie i wyciągnięty w oparciu o to założenie wniosek. W naszym przykładzie agent uzyskując informację, że *Kermit jest żabą moczarową* oraz *Żaba moczarowa nie jest zwykłą żabą*, anuluje w obliczu nowych informacji założenie, że *Kermit jest zwykłą żabą* i wyprowadzony stąd wniosek, że *Kermit jest zielony*. Rozumowanie niemonotoniczne przeprowadzane w oparciu o zdania domyślne umożliwia agentowi podejmowanie prób rozwiązywania problemów nawet przy braku pełnej informacji o tych problemach. Należy pamiętać, że agent z reguły nie dysponuje pełną informacją o środowisku, w którym rozwiązuje problemy.

Metoda cyrkumskrypcji umożliwia automatyzację procesu znajdowania i anulowania założeń domyślnych oraz oddanie w logice dedukcyjnej rozumowania niemonotonicznego. Cyrkumskrypcja opiera się na formalizacji w logice drugiego rzędu[1] następującej idei: te obiekty, o których da się pokazać, że spełniają daną relację, są wszystkimi obiektami spełniającymi tę relację. I tak cyrkumskrypcja relacji bycia żółtym polega na założeniu, że te obiekty, o których da się pokazać, że spełniają relację bycia żółtym, są wszystkimi żółtymi obiektami. W związku z tym każdy obiekt, o którym nie da się pokazać, że spełnia relację bycia żółtym, nie jest żółty.

Metoda cyrkumskrypcji została wymyślona przez Johna McCarthy'ego, a usystematyzowana i rozwinięta przez Vladimira Lifschitza[2]. W niniejszym artykule oma-

---

[1] Obszerne omówienie logiki drugiego rzędu czytelnik znajdzie w: D. Leivant, *Higher Oder Logic*, [w:] *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming: Vol. 2. Deduction Methodologies*, eds. D. M. Gabbay, C. J. Hogger and J. A. Robinson, Oxford, 1994, s. 229-321.

[2] J. McCarthy, *Circumscription — A Form of Nonmonotonic Reasoning*, „Artificial Intelligence" 13, 1980, s. 295-323 oraz V. Lifschitz, *Circumscription*, [w:] *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming: Vol. 3. Nonmonotonic Reasoning and Uncertain Reasoning*, eds. D. M. Gabbay, C. J. Hogger and J. A. Robinson, Oxford, 1994, http://www.cs.utexas.edu/users/v1/papers-old.html/circumscription.ps. Korzystamy także z notatek do wykładu *Common Sense Reasoning in Logic*: http://www.formal.stanford.edu/jmc/cs323/.

wiamy niektóre z wyników tych autorów oraz przedstawiamy formalizację rozumowania z przykładu 1.

1.1 Idea cyrkumskrypcji: ujęcie nieformalne

Rozważmy pierwszą część rozumowania podanego w przykładzie 1:

(1) *Zwykle żaby są zielone*;
(2) *Kermit jest żabą*;

A zatem:

(3) *Kermit jest zielony*.

Spróbujmy wyrazić zdania (1)-(3) w logice predykatów:

(4)$\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Trawna(x) \wedge \neg Moczarowa(x) \wedge \ldots) \rightarrow Zielony(x)]$;
(5) $\dot{Z}aba(Kermit)$;

A zatem:

(6) $Zielony(Kermit)$.

Formalizacja zdania (1) prowadzi do komplikacji. Jest tak, ponieważ nie jesteśmy w stanie wypisać wszystkich warunków bycia zieloną żabą. Przypuśćmy, że udało nam się wypisać wszystkie warunki. W tym celu wprowadzimy jednoargumentowy predykat $Ab(x)$, który czytamy: x nie jest zwyczajne. Negacja symbolu predykatowego Ab będzie reprezentować warunki$\neg Trawna(x) \wedge \neg Moczarowa(x) \wedge \ldots$. Innymi słowy Ab będzie reprezentować obiekty, które nie są zwyczajne. Wówczas formalizacja zostanie przekształcona do następującej postaci:

(4') $\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \rightarrow Zielony(x)]$;
(5) $\dot{Z}aba(Kermit)$;

A zatem:

(6) $Zielony(Kermit)$.

Podana formalizacja nie oddaje w poprawny sposób rozumowania zdroworozsądkowego podanego w przykładzie 1. W przykładzie tym z przesłanek (4') i (5) wynika domyślnie wniosek (6). Wniosek (6) nie wynika logicznie z przesłanek (4') i (5). Łatwo wskazać kontrprzykład. Weźmy model M, którego uniwersum składa się z jednego obiektu oznaczonego stałą *Kermit*. Do zakresu predykatów *Żaba* oraz *Ab* należy *Kermit*, natomiast zakres predykatu *Zielony* jest pusty w modelu M. Zdania (4') oraz (5) są w modelu M prawdziwe, a zdanie (6) jest w modelu M fałszywe. Aby wiernie oddać pierwszą część rozumowania z przykładu 1, powinniśmy założyć, że zakres predykatu *Ab* jest pusty. Wówczas otrzymamy model M^*, a ze zdań (4') i (5) będzie wynikać logicznie wniosek (6). Zakres predykatu *Ab* w modelu M^* będzie właściwym podzbiorem zakresu predykatu *Ab* w modelu *M*. Zakres predykatu *Ab* w modelu M^* jest minimalny ze względu na relację zawierania się zbiorów. Założenie, że rozpatrujemy tylko modele spełniające określony warunek minimalności, pozwala na wyciągnięcie wniosku, że *Zielony*(*Kermit*).

Od strony teoriodowodowej problem jest następujący. Aby udowodnić (6), należy w pierwszej kolejności udowodnić, że $\forall x \neg Ab(x)$, co jest przy danych przesłankach (4') i (5) niedowodliwe. W celu wiernego oddania pierwszej części rozumowania z przykładu pierwszego należy założyć, że $\forall x \neg Ab(x)$.

Cyrkumskrypcja jest formalizacją tego założeniowego sposobu rozumowania i umożliwia jego automatyzację. W rozważanym powyżej przykładzie cyrkumskrypcja predykatu *Ab* polegałaby na założeniu, że jeśli o danych obiektach nie da się pokazać, że spełniają własność *Ab*, to nieprawda, że spełniają własność *Ab*. W związku z powyższym cyrkumskrypcję należy rozumieć jako pewien sposób minimalizacji relacji. Ogólnie rzecz biorąc, cyrkumskrypcja przekształca zdanie ψ w zdanie ψ^* takie, że modelami zdania ψ^* są minimalne modele zdania ψ. Wówczas zdanie φ wynika logicznie z cyrkumskrypcji zdania ψ, jeśli zdanie φ jest prawdziwe we wszystkich minimalnych modelach zdania ψ. Cyrkumskrypcja umożliwia oddanie w logice dedukcyjnej rozumowania niemotonicznego: jeśli z cyrkumskrypcji zdania ψ wynika logicznie zdanie φ, to nie musi być tak, że z cyrkumskrypcji zdań $\psi \wedge \tau$ wynika logicznie zdanie φ.

Omówimy teraz bardziej szczegółowo metodę cyrkumskrypcji. Pokażemy, za pomocą przykładów, jak sformalizować rozumowanie niemonotoniczne używając metody cyrkumskrypcji.

2. DEFINICJA CYRKUMSKRYPCJI

Idee cyrkumskrypcji opiszemy zarówno od strony syntaktycznej, jak i semantycznej. Z punktu widzenia składni cyrkumskrypcja dotyczy przekształceń formuł logicznych, przekształca ona dane zdanie ψ w mocniejsze zdanie ψ^*. Zdania dowodliwe z cyrkumskrypcji ψ są zdaniami dowodliwymi z ψ^*. Z punktu widzenia zaś semantyki cyrkumskrypcja polega na ograniczeniu wszystkich możliwych modeli danego zdania do modeli, które spełniają pewien określony warunek minimalności.

2.1 Przypadek podstawowy (syntaktyka)

Zanim podamy definicję cyrkumskrypcji dla przypadku podstawowego, podamy kilka skrótów. Dla dowolnych n-argumentowych symboli predykatowych *P* i *Q*, gdzie *x* jest krotką różnych zmiennych przyjmujemy: formuła „$P = Q$” jest skrótem formuły „$\forall x(P(x) \leftrightarrow Q(x))$”. I podobnie, formuła „$P \leq Q$” jest skrótem formuły „$\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$” oraz formuła „P < Q” jest skrótem formuły „$P \leq Q \wedge \neg P = Q$”

Definicja 1 (Lifschitz)[3]: Niech $A(P)$ będzie zdaniem, w którym występuje symbol predykatowy P. Cyrkumskrypcją P w $A(P)$, symbolicznie $C[A(P);P]$, jest następujące zdanie logiki drugiego rzędu: $A(P) \wedge \neg\exists p[A(p) \wedge p < P]$, gdzie p jest zmienną predykatową o tej samej liczbie argumentów co P.

Zdanie $A(P) \wedge \neg\exists p[A(p) \wedge p < P]$ powiada, że P ma własność A oraz nie istnieje taki predykat p, że p spełnia $A(p)$ oraz zakres p jest właściwym podzbiorem P. Zauważmy, że zdanie $\neg\exists p[A(p) \wedge p < P]$ jest logicznie równoważne zdaniu $\forall p[(A(p) \wedge p \leq P) \rightarrow p = P]$.

Przykład 2: Niech $A(P)$ będzie zdaniem $P(a) \wedge P(b)$. Cyrkumskrypcją P w zdaniu $A(P)$ będzie zdanie $P(a) \wedge P(b) \wedge \neg\exists p[p(a) \wedge p(b) \wedge p < P]$, które jest logicznie równoważne zdaniu logiki predykatów pierwszego rzędu $\forall x(P(x) \leftrightarrow x = a \vee x = b)$.[4]

Przykład 3: Niech $A(Ab)$ będzie zdaniem:

$\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg\, Ab(x)) \rightarrow Zielony(x)] \wedge \dot{Z}aba(Kermit)$.

Wówczas:

$C[A(Ab); Ab] \leftrightarrow C[\forall x[\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \rightarrow Zielony(x)] \wedge \dot{Z}aba(Kermit); Ab] \leftrightarrow$
$\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Zielony(x)) \leftrightarrow Ab(x)] \wedge \dot{Z}aba(Kermit) \leftrightarrow$
$\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \rightarrow Zielony(x)] \wedge \dot{Z}aba(Kermit) \wedge \forall x[\neg Ab(x) \vee (\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Zielony(x))]$.

Podstawiając za zmienną związaną kwantyfikatorem ogólnym stałą *Kermit*, nietrudno obliczyć, że:

$(Ab(Kermit) \wedge \dot{Z}aba(Kermit) \wedge \neg Zielony(Kermit)) \vee (Zielony(Kermit) \wedge \dot{Z}aba(Kermit) \wedge \neg Ab(Kermit))$.

Cyrkumskrypcja *Ab* w $A(Ab)$ pozwala na wyciągnięcie wniosku, że albo *Kermit jest zwykłą zieloną żabą*, albo *Kermit nie jest zwykłą żabą i nie jest zielony*. Widzimy, że w oparciu o podstawową wersję cyrkumskrypcji nie jest dowodliwe, że *Zielony*(*Kermit*). Podstawowa wersja cyrkumskrypcji jest niewystarczająca do formalizacji rozumowania z przykładu 1 i wymaga modyfikacji. Odpowiednio zmodyfikowaną definicję cyrkumskrypcji podajemy w paragrafie 2.3.

---

[3] V. Lifschitz, *Circumscription*, [w:] *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming: Vol. 3. Nonmonotonic Reasoning and Uncertain Reasoning*, eds. D. M. Gabbay, C. J. Hogger and J. A. Robinson, Oxford, 1994, http://www.cs.utexas.edu/users/v1/papers-old.html/circumscription.ps, s. 4.

[4] Metody rachunkowe umożliwiające zastąpienie cyrkumskrypcji danego zdania odpowiednim, równoważnym logicznie zdaniem logiki pierwszego rzędu przedstawiamy w paragrafie 3.

2.2 Przypadek podstawowy (semantyka).

Przejdziemy teraz do omówienia semantycznych aspektów podstawowego przypadku cyrkumskrypcji. Każdy model M zdania $C[A(P);P]$ jest modelem zdania $A(P)$, którego nie da się przekształcić w taki model M' zdania $A(P)$, w którym zakres predykatu P w M' byłby mniejszy ze względu na relację inkluzji niż zakres predykatu P w modelu M. Zakres predykatu P w M jest minimalny ze względu na relację zawierania się zbiorów. Intuicję tę wyrazimy, definiując relację $\leq_P$.

Definicja 2: Niech M_1 i M_2 będą strukturami. M_1 pozostaje w relacji $\leq_P$ do M_2, symbolicznie $M_1 \leq_P M_2$, wtedy i tylko wtedy, gdy:

(i) $|M_1| = |M_2|$;
(ii) $M_1[C] = M_2[C]$ dla dowolnego symbolu C różnego od P;
(iii) $M_1[P] \subseteq M_2[P]$.

Przez $|M|$ oznaczamy uniwersum M. Przez $M[C]$ oznaczamy interpretację symbolu C w M.

Twierdzenie 1: Relacja $\leq_P$ jest:
(a) zwrotna: $M_1 \leq_P M_1$;
(b) przechodnia: $M_1 \leq_P M_2 \wedge M_2 \leq_P M_3 \rightarrow M_1 \leq_P M_3$;
(c) antysymetryczna: $M_1 \leq_P M_2 \wedge M_2 \leq_P M_1 \rightarrow M_1 = M_2$.

Dowód:
(a) Zachodzenie warunków (i)-(iii) dla M_1 identycznego z M_2 jest oczywiste.
(b) Załóżmy, że $M_1 \leq_P M_2$ oraz $M_2 \leq_P M_3$. Aby udowodnić, że $M_1 \leq_P M_3$ należy dowieść, że $|M_1| = |M_3|$, $\forall C(C \neq P \rightarrow M_1[C] = M_3[C])$, oraz $M_1[P] \subseteq M_3[P]$. Ponieważ $|M_1| = |M_2|$ oraz $|M_2| = |M_3|$, więc $|M_1| = |M_3|$. Weźmy dowolne S i załóżmy, że $S \neq P$. Mamy udowodnić, że $M_1[S] = M_3[S]$. Skoro $S \neq P$ oraz $\forall C(C \neq P \rightarrow M_1[C] = M_2[C])$, to $M_1[S] = M_2[S]$. Skoro $S \neq P$ oraz $\forall C(C \neq P \rightarrow M_2[C] = M_3[C])$, to $M_2[S] = M_3[S]$. Z tego wnosimy, że $M_1[S] = M_3[S]$. Weźmy dowolne a i załóżmy, że $a \in M_1[P]$. Mamy udowodnić, że $a \in M_3[P]$. Skoro $a \in M_1[P]$ oraz $M_1[P] \subseteq M_2[P]$, to $a \in M_2[P]$. Skoro $a \in M_2[P]$ oraz $M_2[P] \subseteq M_3[P]$, to $a \in M_3[P]$. A zatem relacja $\leq_P$ jest przechodnia.
(c) Załóżmy, że $M_1 \leq_P M_2$ oraz $M_2 \leq_P M_1$. Mamy dowieść, że $M_1 = M_2$. Równość M_1 i M_2 możemy wyrazić jako $M_1[P] = M_2[P] \wedge \forall C(C \neq P \rightarrow M_1[C] = M_2[C])$. Z $M_1[P] \subseteq M_2[P]$ oraz $M_2[P] \subseteq M_1[P]$ wnioskujemy, że $M_1[P] = M_2[P]$. Weźmy dowolne S i załóżmy, że $S \neq P$. Skoro $S \neq P$ oraz $\forall C(C \neq P \rightarrow M_1[C] = M_2[C])$, to $M_1[S] = M_2[S]$. A zatem relacja $\leq_P$ jest antysymetryczna.

Własności relacji $\leq_P$ umożliwiają w większości wypadków wyznaczenie elementów minimalnych w danym zbiorze struktur. W szczególności relacja ta pozwala na wyznaczanie modeli minimalnych.

Definicja 3: Model M zdania A jest minimalny ze względu na relację $\leq_P$, gdy nie istnieje model M' zdania A taki, że $M' <_P M$. $M' <_P M$ należy rozumieć jak następuje: $M' \leq_P M$ oraz nieprawda, że $M \leq_P M'$.

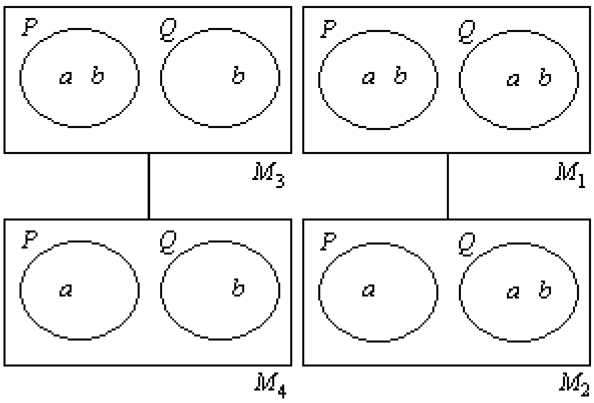
Twierdzenie 2 (Lifschitz)[5]: Struktura M jest modelem $C[A(P);P]$ wtedy i tylko wtedy, gdy M jest minimalnym ze względu na relację $\leq_P$ modelem $A(P)$.

Przykład 4: Niech $A(P)$ będzie zdaniem $P(a) \wedge Q(b) \wedge \forall x(x = a \vee x = b) \wedge a \neq b$.

Wypiszemy modele zdania $A(P)$:

$M_1 = \{P = \{a, b\}, Q = \{a, b\}\}$;
$M_2 = \{P = \{a\}, Q = \{a, b\}\}$;
$M_3 = \{P = \{a, b\}, Q = \{b\}\}$;
$M_4 = \{P = \{a\}, Q = \{b\}\}$.

Modele $A(P)$ uporządkujemy ze względu na relację $\leq_P$. Porządek ten ilustruje następujący diagram Hassego:



Z diagramu odczytujemy, że modelami minimalnymi zdania $A(P)$ są modele M_4 oraz M_2. Modele M_4 oraz M_2 są modelami $C[A(P);P]$.

Przykład 5: Rozważmy ponownie pierwszą część rozumowania z przykładu pierwszego. Niech $A(Ab)$ będzie zdaniem:

$$\forall x[(\textit{Żaba}(x) \wedge \neg Ab(x)) \rightarrow \textit{Zielony}(x)] \wedge \textit{Żaba}(\textit{Kermit}) \wedge \forall x(x = \textit{Kermit}).$$

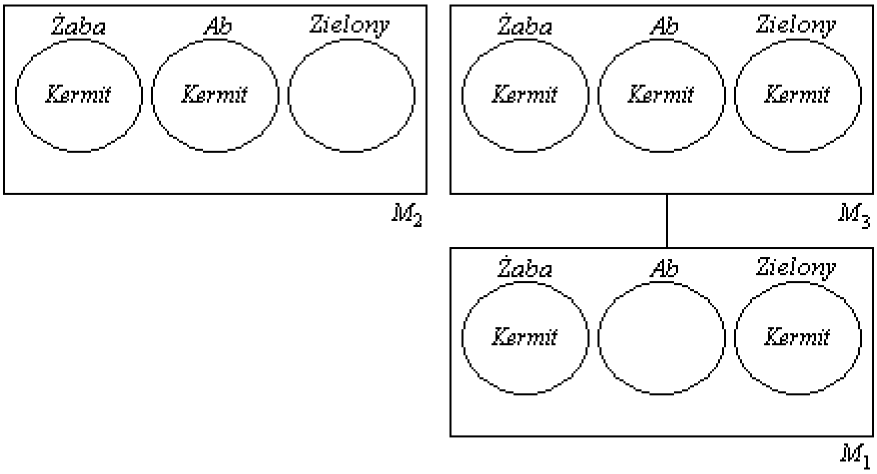
Wypiszemy wszystkie modele zdania $A(Ab)$:

$M_1 = \{\textit{Żaba} = \{\textit{Kermit}\}, Ab = \emptyset, \textit{Zielony} = \{\textit{Kermit}\}\}$;

[5] Dowód można znaleźć w: V. Lifschitz, *Circumscription*, [w:] *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming: Vol. 3. Nonmonotonic Reasoning and Uncertain Reasoning*, eds. D. M. Gabbay, C. J. Hogger and J. A. Robinson, Oxford, 1994, http://www.cs.utexas.edu/users/v1/papers-old.html/circumscription, s. 12.

M_2 = {*Żaba* = {*Kermit*}, *Ab* = {*Kermit*}, *Zielony* = ∅};
M_3 = {*Żaba* = {*Kermit*}, *Ab* = {*Kermit*}, *Zielony* = {*Kermit*}}.

Wypisane modele uporządkujemy ze względu na relację $\leq_{\mathrm{Ab}}$. Porządek ten ilustruje następujący diagram Hassego:



Pionowa kreska między modelami M_3 oraz M_1 symbolizuje zachodzenie relacji $M_1 \leq_{\mathrm{Ab}} M_3$. Z diagramu odczytujemy, że modelami minimalnymi zdania *A*(*Ab*) są modele M_1 oraz M_2. Modele M_1 oraz M_2 są modelami *C*[*A*(*Ab*);*Ab*]. W pierwszej części rozumowania zdroworozsądkowego z przesłanek (4') i (5) wynika domyślnie wniosek, że *Zielony*(*Kermit*). Tymczasem nie jest tak, że z *C*[*A*(*Ab*);*Ab*] wynika logicznie wniosek, że *Zielony*(*Kermit*). Fakt ten wskazuje na to, że formalizacja przykładu 1 przy użyciu podstawowej wersji cyrkumskrypcji jest niewystarczająca. Nie oddaje ona intuicji leżących u podstaw tego rozumowania.

Podstawowa wersja cyrkumskrypcji pozwala na minimalizację zakresu danego predykatu, gdy minimalizacja ta nie zmienia interpretacji pozostałych symboli. W rozważanym przykładzie minimalizacja zakresu predykatu *Ab* jest niewystarczająca, aby wyciągnąć logicznie wniosek, że *Zielony*(*Kermit*). Aby osiągnąć ten cel, musimy być pewni, że zakres predykatu *Zielony* może ulegać zmianie podczas minimalizacji predykatu *Ab*. Przejdziemy teraz do prezentacji postaci cyrkumskrypcji, która umożliwia poprawną formalizację rozumowania z przykładu 1 poprzez dopuszczenie sytuacji, w której interpretacja wybranego symbolu może ulegać zmianie podczas minimalizacji zakresu danego predykatu.

2.3 Modyfikacja przypadku podstawowego (syntaktyka)

Definicja 4 (Lifschitz)[6]: Niech $A(P, Z)$ będzie zdaniem, w którym występuje symbol predykatowy P oraz symbol funkcyjny lub predykatowy Z. Niech p będzie zmienną predykatową o tej samej liczbie argumentów co P. Niech z będzie zmienną funkcyjną lub predykatową o tej samej liczbie argumentów co Z. Cyrkumskrypcją P w zdaniu $A(P, Z)$, gdzie interpretacja symbolu Z może ulegać zmianie podczas minimalizacji zakresu P, symbolicznie $C[A(P, Z);P;Z]$, jest następujące zdanie logiki drugiego rzędu:

$$A(P, Z) \wedge \neg\exists p, z(A(p, z) \wedge p < P).$$

Przykład 6: Niech $A(Ab, Zielony)$ będzie zdaniem

$$\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \rightarrow Zielony(x)] \wedge \dot{Z}aba(Kermit).$$

Wówczas:

$$C[A(Ab, Zielony);\ Ab;\ Zielony] \leftrightarrow \forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \rightarrow Zielony(x)] \wedge \dot{Z}aba(Kermit) \wedge \forall x \neg Ab(x).$$

W oparciu o $C[A(Ab, Zielony);Ab;Zielony]$ jest dowodliwe, że $Zielony(Kermit)$. Podana formalizacja pierwszej części rozumowania z przykładu 1 przy użyciu $C[A(P,Z);P;Z]$ jest poprawna.

2.4 Modyfikacja przypadku podstawowego (semantyka)

Modelem M zdania $C[A(P,Z);P;Z]$ jest model M' zdania $A(P,Z)$, który nie może zostać przekształcony w taki model M' zdania $A(P,Z)$, że zakres predykatu P w M' byłby mniejszy ze względu na relację zawierania się zbiorów niż zakres predykatu P w modelu M przy dopuszczeniu sytuacji, w której interpretacja symbolu Z może ulegać zmianie. Intuicję tę wyrazimy, definiując relację $\leq_{P;Z}$.

Definicja 5 (Lifschitz)[7]: Niech M_1 i M_2 będą strukturami. M_1 pozostaje w relacji $\leq_{P;Z}$ do M_2 wtedy i tylko wtedy, gdy:

(i) $|M_1| = |M_2|$;
(ii) $M_1[C] = M_2[C]$ dla dowolnego symbolu C różnego od P;
(iii) $M_1[P] \subseteq M_2[P]$.

Twierdzenie 3: Relacja $\leq_{P;Z}$ jest:
(a) zwrotna: $M_1 \leq_{P;Z} M_1$;
(b) przechodnia: $M_1 \leq_{P;Z} M_2 \wedge M_2 \leq_{P;Z} M_3 \rightarrow M_1 \leq_{P;Z} M_3$.

Dowód: Analogiczny do dowodu twierdzenia 1.

---

[6] Tamże, s. 7-8.
[7] Tamże, s. 11-12.

Relacja $\leq_{P;Z}$ nie jest w odróżnieniu od relacji $\leq_P$ antysymetryczna (patrz przykład 7), czyli relacja $\leq_{P;Z}$ jest tylko preporządkiem. Niemniej własności relacji $\leq_{P;Z}$ pozwalają w większości przypadków na wyznaczenie w danej podklasie struktur elementów minimalnych.

Definicja 6: Model M zdania A jest minimalny ze względu na relację $\leq_{P;Z}$, gdy nie istnieje model M' zdania A taki, że $M' \leq_{P;Z} M$.

Wyrażoną na wstępie paragrafu 2.4 intuicję ujmiemy ściśle, odpowiednio modyfikując Twierdzenie 2:

Twierdzenie 2' (Lifschitz)[8]: Struktura M jest modelem $C[A(P,Z);P;Z]$ wtedy i tylko wtedy, gdy M jest minimalnym ze względu na relację $\leq_{P;Z}$ modelem $A(P,Z)$.

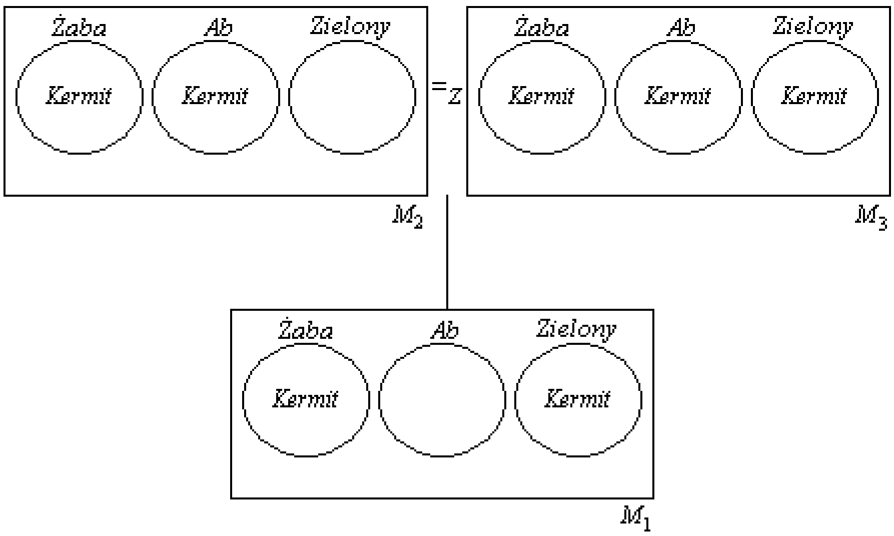
Przykład 7: Rozważmy po raz kolejny pierwszą część rozumowania z przykładu 1. Niech $A(Ab, Zielony)$ będzie zdaniem:

$$\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \rightarrow Zielony(x)] \wedge \dot{Z}aba(Kermit) \wedge \forall x(x = Kermit).$$

Wypiszemy wszystkie modele zdania $A(Ab; Zielony)$:

$M_1 = \{\dot{Z}aba = \{Kermit\}, Ab = \emptyset, Zielony = \{Kermit\}\}$;
$M_2 = \{\dot{Z}aba = \{Kermit\}, Ab = \{Kermit\}, Zielony = \emptyset\}$;
$M_3 = \{\dot{Z}aba = \{Kermit\}, Ab = \{Kermit\}, Zielony = \{Kermit\}\}$.

Wypisane modele uporządkujemy ze względu na relację $\leq_{Ab;Zielony}$. Porządek ten ilustruje następujący diagram Hassego:



8 Dowód można znaleźć w: tamże, s. 12.

Przez symbol $=_Z$ rozumiemy, że interpretacja predykatu *Zielony* w M_1, M_2 oraz M_3 może ulegać zmianie. Z diagramu odczytujemy, że modelem minimalnym zdania $A(Ab, Zielony)$ jest model M_1. Model M_1 jest modelem $C[A(Ab, Zielony);Ab;Zielony]$. Ze zdania $C[A(Ab,Zielony);Ab;Zielony]$ wynika logicznie $Zielony(Kermit)$.

3. OBLICZANIE CYRKUMSKRYPCJI

W podanych przez nas definicjach cyrkumskrypcji występują zmienne predykatowe. Z tego względu cyrkumskrypcja przekształca dane zdanie logiki pierwszego rzędu w zdanie logiki drugiego rzędu. W przykładach zastępowaliśmy cyrkumskrypcję danego zdania odpowiednim równoważnym logicznie zdaniem logiki pierwszego rzędu. Podamy teraz kilka metod rachunkowych, które umożliwiają w wielu przypadkach zastąpienie cyrkumskrypcji danego zdania odpowiednim równoważnym logicznie zdaniem logiki pierwszego rzędu. Omówione metody są istotne z punktu widzenia implementacji cyrkumskrypcji, a to dlatego, że logika drugiego rzędu nie jest nawet częściowo rozstrzygalna[9]. Z tego względu jesteśmy zainteresowani metodami umożliwiającymi eliminację kwantyfikatorów drugiego rzędu i znajdowaniem szczególnych przypadków cyrkumskrypcji, które są wyrażalne w logice pierwszego rzędu.

Metoda 1 (Lifschitz)[10]: Jeśli P nie występuje w $F(x)$, to cyrkumskrypcja P w formule $\forall x(F(x) \rightarrow P(x))$, symbolicznie $C[\forall x(F(x) \rightarrow P(x)); P]$, jest równoważna logicznie zdaniu $\forall x(F(x) \leftrightarrow P(x))$

Dowód:

$C[\forall x(F(x) \rightarrow P(x)); P] \leftrightarrow \forall x(F(x) \rightarrow P(x)) \wedge \neg\exists p[\forall x(F(x) \rightarrow p(x)) \wedge \forall x(p(x) \rightarrow P(x)) \wedge \neg\forall x(p(x) \leftrightarrow P(x))]$.

Zauważmy, że:

$\exists p[\forall x(F(x) \rightarrow p(x)) \wedge \forall x(p(x) \rightarrow P(x)) \wedge \neg\forall x(p(x) \leftrightarrow P(x))] \leftrightarrow$
$\forall x(F(x) \rightarrow F(x)) \wedge \forall x(F(x) \rightarrow P(x)) \wedge \neg\forall x(F(x) \leftrightarrow P(x)) \leftrightarrow$
$\mathrm{T} \wedge \forall x(F(x) \rightarrow P(x)) \neg\forall x(F(x) \leftrightarrow P(x)) \leftrightarrow \forall x(F(x) \rightarrow P(x)) \wedge \neg\forall x(F(x) \leftrightarrow P(x))$.

Symbolem T oznaczamy formułę zawsze prawdziwą.

Wówczas:

$C[\forall x(F(x) \rightarrow P(x)); P] \leftrightarrow \forall x(F(x) \rightarrow P(x)) \wedge \neg[\forall x(F(x) \rightarrow P(x)) \wedge \neg\forall x(F(x) \leftrightarrow P(x))] \leftrightarrow \forall x(F(x) \rightarrow P(x)) \wedge [\neg\forall x(F(x) \rightarrow P(x)) \vee \forall x(F(x) \leftrightarrow P(x))] \leftrightarrow$
$[\forall x(F(x) \rightarrow P(x)) \wedge \neg\forall x(F(x) \rightarrow P(x))] \vee [\forall x(F(x) \rightarrow P(x)) \wedge \forall x(F(x) \leftrightarrow P(x))] \leftrightarrow$
$\perp \vee \forall x(F(x) \leftrightarrow P(x)) \leftrightarrow \forall x(F(x) \leftrightarrow P(x))$.

---

[9] Przypominamy, że logika pierwszego rzędu jest nierozstrzygalna, ale jest częściowo rozstrzygalna.

[10] Tamże, s. 15.

Symbolem $\perp$ oznaczamy formułę zawsze fałszywą.

Omówienie przykładu 2:

Niech $A(P)$ będzie zdaniem $P(a) \wedge P(b)$. Zauważmy, że $P(a) \wedge P(b)$ jest równoważne zdaniu $\forall x[(x = a \vee x = b) \rightarrow P(x)]$. Korzystając z Metody 1, stwierdzamy, że:

$$C[\forall x[(x = a \vee x = b) \rightarrow P(x)]; P] \leftrightarrow \forall x[P(x) \leftrightarrow (x = a \vee x = b)].$$

Zdarza się, że zdanie $A(P)$ zawiera, jako podformuły, zdania, w których nie występuje symbol predykatowy P. W tych okolicznościach warto pamiętać o następującej własności cyrkumskrypcji wynikającej z jej definicji:

Metoda 2 (Lifschitz)[11]: Dla dowolnego zdania B, w którym ani P, ani Z nie występują mamy $C[A(P, Z) \wedge B; P; Z] \leftrightarrow C[A(P, Z); P; Z] \wedge B$.

Omówienie przykładu 3: Niech $A(Ab)$ będzie zdaniem:

$$\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \rightarrow Zielony(x)] \wedge \dot{Z}aba(Kermit).$$

Zauważmy, że zdanie $\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \rightarrow Zielony(x)]$ można przedstawić jako $\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Zielony(x)) \rightarrow Ab(x)]$. Korzystając z Metody 2, stwierdzamy, że:

$$C[\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Zielony(x)) \rightarrow Ab(x)] \wedge \dot{Z}aba(Kermit); Ab] \leftrightarrow$$
$$C[\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Zielony(x)) \rightarrow Ab(x)]; Ab] \wedge \dot{Z}aba(Kermit).$$

Korzystając z Metody 1, stwierdzamy, że:

$$C[\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Zielony(x)) \rightarrow Ab(x)]; Ab] \wedge \dot{Z}aba(Kermit) \leftrightarrow$$
$$\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Zielony(x)) \leftrightarrow Ab(x)] \wedge \dot{Z}aba(Kermit).$$

Warto odnotować, że Metody 2 możemy użyć do obliczania cyrkumskrypcji predykatu dla zdania, w którym ten predykat nie występuje.

Wniosek 1[12]: Dla dowolnego predykatu P i zdania B, w którym predykat P nie występuje, mamy: $C[B, P] \leftrightarrow B \wedge \forall x \neg P(x)$.

Dowód[13]:

$$C[B, P] \leftrightarrow C[\forall x(\perp \rightarrow P(x)) \wedge B; P] \leftrightarrow C[\forall x(\perp \rightarrow P(x)); \mathrm{P}] \wedge \mathrm{B} \leftrightarrow$$
$$\forall x(\perp \leftrightarrow P(x)) \wedge B \leftrightarrow \mathrm{B} \wedge \forall x \neg P(x).$$

Szczególny przypadek Wniosku 1 stanowi równoważność[14]: $C[\mathrm{T}, P] \leftrightarrow \forall x \neg P(x)$.

Powróćmy na moment do Metody 1, która głosi, że: Jeśli w P nie występuje $F(x)$, to $C[\forall x(F(x) \rightarrow P(x)); P]$ jest równoważna logicznie $\forall x(F(x) \leftrightarrow P(x))$. Dla-

[11] Tamże, s. 16.
[12] Tamże, s. 17.
[13] Tamże, s. 17.
[14] Na ten szczególny przypadek Wniosku 1 zwraca się uwagę w: tamże, s. 17.

czego w $F(x)$ nie może występować P? Zauważmy, że $C[\forall x(P(x) \to P(x)); P]$ nie jest równoważna logicznie $\forall x(P(x) \leftrightarrow P(x))$. $C[\forall x(P(x) \to P(x)); P]$ jest równoważna logicznie $C[\mathrm{T}, P]$, która zgodnie z Wnioskiem 1 jest logicznie równoważna z $\forall x \neg P(x)$. A zatem Metoda 1 wymaga założenia, że w $F(x)$ nie może występować P.

Jak dotąd przedstawiliśmy metody służące do obliczania podstawowej wersji cyrkumskrypcji. Okazuje się, że obliczanie rozszerzonej wersji cyrkumskrypcji można sprowadzić do obliczania podstawowej wersji cyrkumskrypcji.

Metoda 3 (Lifschitz)[15]: Cyrkumskrypcja $C[A(P, Z); P; Z]$ jest równoważna logicznie $A(P, Z) \wedge C[\exists z A(P, z); P]$.

Dowód:

$$A(P, Z) \wedge C[\exists z A(P, z); P] \leftrightarrow A(P, Z) \wedge \exists z A(P, z) \wedge \neg\exists p[\exists z(A(p, z) \wedge p < P] \leftrightarrow$$
$$A(P, Z) \wedge \neg\exists p, z[A(p, z) \wedge p < P] \leftrightarrow C[A(P, Z); P; Z].$$

Omówienie przykładu 6: Niech $A(Ab, Zielony)$ będzie zdaniem

$$\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \to Zielony(x)] \wedge \dot{Z}aba(Kermit).$$

Korzystając z Metody 2 oraz Metody 3, stwierdzamy, że:

$$C[A(Ab, Zielony); Ab; Zielony] \leftrightarrow C[\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \to Zielony(x)] \wedge$$
$$\dot{Z}aba(Kermit); Ab; Zielony]$$
$$\leftrightarrow C[\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \to Zielony(x)]; Ab; Zielony] \wedge \dot{Z}aba(Kermit) \leftrightarrow$$
$$\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \to Zielony(x)] \wedge C[\exists zielony \forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \to$$
$$zielony(x)]; Ab] \wedge \dot{Z}aba(Kermit).$$

Zauważmy, że:

$$\exists zielony \forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \to zielony(x)] \leftrightarrow \forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \to$$
$$\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)] \leftrightarrow \mathrm{T}$$

Derywację powyższą przeprowadzamy, korzystając z prawa logiki drugiego rzędu: Jeśli w $F(x)$ nie występuje p, to $\exists p \forall x(F(x) \to p(x))$.

Zauważmy, że w oparciu o Wniosek 1 można stwierdzić, że:

$$C[\mathrm{T}; Ab] \leftrightarrow \forall x \neg Ab(x).$$

Wówczas:

$$\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \to Zielony(x)] \wedge \dot{Z}aba(Kermit) \wedge C[\mathrm{T}; Ab] \leftrightarrow$$
$$\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \to Zielony(x)] \wedge \dot{Z}aba(Kermit) \wedge \forall x \neg Ab(x).$$

[15] Metoda i dowód za: tamże, s. 18-19.

4. NIEMONOTONICZNOŚĆ. FORMALIZACJA PRZYKŁADU PIERWSZEGO

Na początku tego artykułu napisaliśmy, że cyrkumskrypcja umożliwia oddanie w logice dedukcyjnej (monotonicznej) rozumowania niemonotonicznego. Stwierdzenie to zilustrujemy przykładem.

Przykład 8:

Jak dotąd udało nam się przedstawić sposób formalizacji pierwszej części rozumowania z przykładu 1. Pozostaje nam przedstawienie dalszej części formalizacji tego rozumowania. Mamy pokazać, że po dodaniu do przesłanek $\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \rightarrow Zielony(x)] \wedge \dot{Z}aba(Kermit)$ nowych przesłanek, a mianowicie $Moczarowa(Kermit)$ oraz $\forall x(Moczarowa(x) \rightarrow Ab(x))$, wniosek, że $Zielony(Kermit)$ zostaje anulowany. Niech $A(Ab, Zielony)$ będzie zdaniem:

$$\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \rightarrow Zielony(x)] \wedge \forall x(Moczarowa(x) \rightarrow Ab(x)) \wedge \dot{Z}aba(Kermit) \wedge Moczarowa(Kermit).$$

Zdanie $\forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Zielony(x)) \rightarrow Ab(x)] \wedge \forall x(Moczarowa(x) \rightarrow Ab(x))$ jest równoważne zdaniu $\forall x\{[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Zielony(x)) \vee Moczarowa(x)] \rightarrow Ab(x)\}$.

Korzystając z Metody 2, stwierdzamy, że:

$$C[A(Ab, Zielony); Ab; Zielony] \leftrightarrow C[\forall x\{[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Zielony(x)) \vee Moczarowa(x)] \rightarrow Ab(x)\} \wedge \dot{Z}aba(Kermit) \wedge Moczarowa(Kermit); Ab; Zielony] \leftrightarrow C[\forall x\{[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Zielony(x)) \vee Moczarowa(x)] \rightarrow Ab(x)\}; Ab; Zielony] \wedge \dot{Z}aba(Kermit) \wedge Moczarowa(Kermit).$$

Korzystając z Metody 3, stwierdzamy, że:

$$C[\forall x\{[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Zielony(x)) \vee Moczarowa(x)] \rightarrow Ab(x)\}; Ab; Zielony] \leftrightarrow \forall x\{[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Zielony(x)) \vee Moczarowa(x)] \rightarrow Ab(x)\} \wedge [\exists zielony \forall x\{[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg zielony(x)) \vee Moczarowa(x)] \rightarrow Ab(x)\}; Ab].$$

Zauważmy, że:

$$\exists zielony \forall x\{[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg zielony(x)) \vee Moczarowa(x)] \rightarrow Ab(x)\} \leftrightarrow \forall x\{[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg \dot{Z}aba(x)) \vee Moczarowa(x)] \rightarrow Ab(x)\} \leftrightarrow \forall x(Moczarowa(x) \rightarrow Ab(x)).$$

Wówczas korzystając z Metody 1, otrzymujemy:

$$C[\forall x(Moczarowa(x) \rightarrow Ab(x)); Ab] \leftrightarrow \forall x(Moczarowa(x) \leftrightarrow Ab(x)).$$

A zatem:

$$C[A(Ab,Zielony);Ab;Zielony] \leftrightarrow \forall x[(\dot{Z}aba(x) \wedge \neg Ab(x)) \rightarrow Zielony(x)] \wedge \forall x(Moczarowa(x) \rightarrow Ab(x)) \wedge \forall x(Moczarowa(x) \leftrightarrow Ab(x)) \wedge \dot{Z}aba(Kermit) \wedge$$

Moczarowa(*Kermit*) $\leftrightarrow \forall x$[(*Żaba*($x$) $\wedge \neg$*Ab*(x)) $\rightarrow$ *Zielony*(x)] $\wedge$
$\forall x$(*Moczarowa*(x) $\leftrightarrow$ *Ab*(x)) $\wedge$ *Żaba*(*Kermit*) $\wedge$ *Moczarowa*(*Kermit*).

Z *C*[*A*(*Ab*,*Zielony*);*Ab*;*Zielony*] nie wynika logicznie wniosek *Zielony*(*Kermit*). Dodanie dodatkowych przesłanek sprawiło, że wniosek *Zielony*(*Kermit*) został anulowany. Oznacza to, że nasza formalizacja rozumowania z przykładu 1 oddaje zawarte w nim intuicje.

5. UWAGI KOŃCOWE

Przedstawiliśmy podstawy metody cyrkumskrypcji oraz sformalizowaliśmy przy użyciu wprowadzonej teorii proste rozumowanie niemonotoniczne. Formalizacja nietrywialnych rozumowań oraz implementacja tych formalizacji stanowi trzon zastosowań logiki w sztucznej inteligencji. Podejście to różni się od praktyki przyjętej w czystej logice, gdzie uwagę naukowców skupiają wyniki ogólne, metateoretyczne. Wyniki tego typu odgrywają w procesie logicznego modelowania agenta istotną rolę, ale są niewystarczające. W sztucznej inteligencji opartej na logice istotne są także wyniki konkretne. W szczególności dużą wagę przywiązuje się do formalizacji tzw. scenariuszy. Przykładem scenariusza może być następujący problem z zakresu rozumowań dotyczących planowania akcji:

> Formalize Opening a Safe Scenario: The combination of a safe consists of 3 numbers between 1 and 50, with a tolerance of plus/minus two. No one knows what the combination is. Infer (a) that it will not be possible to open the safe using the combination within 5 minutes (unless you are very lucky); (b) that it will be possible in a couple of days work.[16]

Należy zaznaczyć, że istnieją systemy sztucznej inteligencji wykorzystujące idee cyrkumskrypcji.[17] Opracowano także algorytmy i ich implementacje służące do obliczania cyrkumskrypcji.[18]

---

[16] Inne tego typu problemy czytelnik znajdzie na stronie: http://www-formal.stanford.edu/leora /commonsense/.

[17] J. Kvarnstrom, P. Doherty, *TALplanner: A Temporal Logic Based Forward Chaining Planner*, „Annals of Mathmatics and Artificial Intelligence", Vol. 30, 2001, s 119-169; M. L. Ginsberg, *A Circumscriptive Theorem Prover*, „Artificial Intelligence", 39(2), 1989, s. 209-230.

[18] P. Doherty, W. Lukaszewicz, A. Szałas, *Computing Circumscription Revisited: A Reduction Algorithm*, „Journal of Automated Reasoning", 18(3), s. 297-336, 1997; J. A. Ohlbach, *SCAN — Elimination of Predicate Quantifiers*, [w:] *Automated Deduction: CADE-13*, eds. M. A. McRobbie, J. K. Slaney, „Lecture Notes in Artificial Intelligence", Vol. 1104, 1996, s. 161-165.