

Eugeniusz Żabski

Notka o paradoksie statku Tezeusza oraz identyczności genetycznej

1. Tekst ten jest suplementem do prac, jakie swego czasu ukazały się w „Filozofii Nauki” na temat paradoksu statku Tezeusza oraz identyczności, głównie genetycznej. Tematy te poruszane są w pracy [Engel, Nef, 1996]. Paradoksowi statku Tezeusza poświęcone są m.in. artykuły: [Garbacz, 2002] i [Odrowąż-Sypniewska, 2002]. Ciekawe uwagi na temat identyczności znaleźć można w pracy [Tędziągolska, 1995]. Problematyce zaś identyczności genetycznej poświęcony jest np. tekst [Grygianiec, 2005].

2. Przypomnijmy najpierw rozumowanie zwane *p a r a d o k s e m s t a t k u T e z e u s z a*. Oczywiście jest, że (t1) statki, które zbudowane zostały z całkowicie różnych części, są różne (nie są identyczne). Załóżmy, że statek Tezeusza zbudowano z 10 000 części. Oznaczmy go przez T10 000. Po jakimś czasie statek ten wyremontowano, wymieniono kolejno wszystkie jego oryginalne części na nowe. Przez T9 999 oznaczmy statek, w którym wymieniono tylko jedną oryginalną część, przez T9 998 — dwie itd. Ogólnie przez Tn oznaczmy statek, w którym wymieniono 10 000 – n oryginalnych części. T0 oznacza zatem statek, którego wszystkie części są nowe. Stąd i z (t1) wnosimy, że (t2) T10 000 i T0 są różnymi (nie są tymi samymi) statkami. Ale statek T10 000 różni się od statku T9 999 jedną tylko częścią; ten ostatni statek od statku T9 998 także różni się tylko jedną częścią itd. Oczywiście jest też, że wymiana jednej tylko części statku nie wpływa na tożsamość (identyczność) tego statku. Zatem statek T10 000 jest identyczny ze statkiem T9 999, ten ostatni jest identyczny ze statkiem T9 998, w końcu statek T1 jest identyczny ze statkiem T0. Stąd i z tego, że identyczność jest relacją przechodnią wnosimy, że statki T10 000 i T0 są identyczne. To zaś przeczy (t2).

Paradoks statku Tezeusza ma też inną jeszcze wersję. Załóżmy, że statek Tezeusza został wyremontowany tak, jak to opisano w pierwszej wersji tego paradoksu. Załóżmy ponadto, że ze wszystkich oryginalnych jego części zbudowano nowy statek. Mamy więc oryginalny statek Tezeusza (T), statek częściowo zreperowany (Z) i statek złożony ze wszystkich oryginalnych części statku Tezeusza (S). Które z nich są identyczne?

3. Pytanie wydaje się banalne, gdy uściślimy je. O jaką identyczność chodzi? Zauważmy bowiem, iż zwrot „jest identyczny” można różnie rozumieć. Wymienimy tu tylko sposoby rozumienia tego zwrotu, które są istotne dla „rozwiązania” paradoksu statku Tezeusza. Doskonałym wprowadzeniem w problematykę identyczności jest początkowy fragment rozdziału „O różnych pojęciach identyczności” książki [Greniewski, 1955, s. 253]. Czytamy tam: „Mówimy często, że coś jest z czymś identyczne. Niekiedy zamiast mówić „jest identyczne z” mawiamy „jest tożsame z” czy też „jest tym samym, co”. Mówiąc to, nie zastanawiamy się zwykle nad rozumieniem użytego wyrażenia; postępujemy na ogół tak, jak gdybyśmy je doskonale rozumieli. Jednakże analiza rozumienia tego wyrażenia wskazuje, że w rzeczywistości mamy tu do czynienia z rozumieniem dość mętnym i nieustalonym. Próby uściślenia tego wyrażenia nie prowadzą, jak to nieraz bywa, do uchwycenia jakiejś jedynej „istotnej” strony znaczeniowej naszego funktora zaczerpniętego z mowy potocznej, lecz do rozróżnienia kilku odmiennych (mieszanych) ze sobą w potocznej praktyce językowej pojęć identyczności”. Greniewski wyróżnia sześć takich pojęć. My zajmiemy się tylko trzema z nich, najważniejszymi — naszym zdaniem — dla „rozwiązania” paradoksu statku Tezeusza. Pierwsze — nazwijmy je absolutnym — pochodzi od Leibniza. Myśliciel ten za identyczne uważał te tylko przedmioty, które mają dokładnie te same własności. Drugie — nazwijmy je logicznym — jest bardzo podobne do pierwszego. Charakteryzuje się je aksjomatycznie. Trzecie — różne zarówno od pierwszego, jak i drugiego — nazwijmy je genetycznym, nie jest dotąd dobrze sprecyzowane. Tym pojęciem posługujemy się zwykle „na co dzień”.

4. Niezupełnie precyzyjną, ale dość dobrą charakterystykę identyczności genetycznej (genidentyczności) znaleźć można w książce [Wilkosz, 1951, s. 23]. „Zachodzimy np. do Muzeum Narodowego w Krakowie i tam objaśniający wskazuje na bardzo podniszczoną sukmanę chłopską, mówiąc: „to sukmana, którą miał na sobie Naczelnik Kościuszko w czasie bitwy pod Raławicami”. Ma to zdaje się znaczyć w jego ustach, że „ta sukmana, którą tu widzicie teraz, jest ta sama, którą wtedy, tam pod Raławicami miał na sobie Tadeusz Kościuszko”. Zapytajmy teraz, czy słówko „ta sama” ma tutaj znaczenie odpowiadające określeniu tożsamości. Czy można powiedzieć, że każda własność sukmany tamtej, tam, pod Raławicami, jest też własnością sukmany tej, tu, teraz leżącej w gablotce muzealnej i że żadna własność, której odmówiliśmy pierwszej, nie powinna przysługiwać i tej drugiej? Oczywiście, że nie! Ta sukmana w gablotce jest widocznie w bardzo już podniszczonym stanie, stra-

ciła kolor, spistość tkaniny itd., czego zapewne nie chcielibyśmy przypisać tamtej, a przynajmniej w tym stopniu, jak to widzimy. Niemniej jednak pierwsza i druga mają bardzo wiele cech wspólnych, tak wiele, że — jak to mówimy — wystarczają one, by je uznać za praktycznie te same”.

5. *I d e n t y c z n o ś ć a b s o l u t n ą* można zdefiniować; tyle tylko, że można to zrobić jedynie na gruncie rachunku kwantyfikatorów, w którym kwantyfikacji podlegają nie tylko zmienne indywiduowe, ale i — predykatowe. Definicja owej identyczności (dla której przyjmujemy symbol i) jest następująca:

$$(i) \quad x i y \equiv \forall P (P(x) \equiv P(y)).$$

O identyczności absolutnej można udowodnić następujące twierdzenia:

$$(i1) \quad x i x,$$

$$(i2) \quad x i y \rightarrow y i x,$$

$$(i3) \quad x i y \wedge y i z \rightarrow x i z.$$

6. *I d e n t y c z n o ś ć l o g i c z n ą* — jak wiemy — charakteryzuje się przez przyjęcie aksjomatu:

$$(I) \quad x = x \text{ oraz reguły ekstensjonalności dla tejże identyczności:}$$

$$(EI) \quad \frac{t_1 = t_2 \quad \alpha(t_1)}{\alpha(t_2)}$$

O identyczności logicznej udowodnić można następujące twierdzenia:

$$(I_1) \quad x = y \rightarrow y = x,$$

$$(I_2) \quad x = y \wedge y = z \rightarrow x = z.$$

Twierdzenie (i1) oraz aksjomat (I) orzekają, że zarówno identyczność absolutna, jak i identyczność logiczna są relacjami zwrotnymi. Twierdzenia (i2) oraz (I1) stwierdzają, że obie te identyczności są relacjami symetrycznymi. Twierdzenia zaś (i3) oraz (I2) — że identyczności te są relacjami przechodnimi.

7. Jeszcze inną wersją paradoksu statku Tezeusza jest tzw. paradoks Chisholma. Przedstawimy to rozumowanie w wersji pochodzącej od Nathana Salmona. Paradoks ten omówiony jest np. w pracy [Engel, Nef, 1996]. Analiza tego rozumowania ułatwi nam podanie definicji genidentyczności.

Niech $S1$ będzie stołem o czterech nogach $n1, n2, n3, n4$. Całkiem rozsądne z praktycznego punktu widzenia wydają się następujące założenia:

(z1) Jeśli wymienimy jedną tylko nogę w stole, to stół powstały w wyniku takiej operacji pozostaje tym samym stołem (dokładniej: jest genidentyczny ze stołem sprzed owej operacji).

(z2) Jeśli wymienimy dwie nogi stołu, to stół powstały w wyniku takiej operacji jest już innym stołem (dokładniej: nie jest genidentyczny ze stołem sprzed takiej operacji).

Rozważmy teraz następującą sytuację. W stole S1 zastąpiono nogę n3 nogą n3'. Zgodnie z założeniem (z1) powstały w ten sposób stół S2 o nogach n1, n2, n3', n4 jest genidentyczny ze stołem S1. W stole S2 zastąpmy teraz nogę n4 nogą n4'. Otrzymamy w ten sposób stół S3 o nogach n1, n2, n3', n4'. Zgodnie z założeniem (z1) stół S2 jest genidentyczny ze stołem S3. Z tego zaś, że (1) stół S1 jest genidentyczny ze stołem S2 i tego, że (2) stół S2 jest genidentyczny ze stołem S3 wnosimy, że (3) stół S1 jest genidentyczny ze stołem S3.

Stół S3 można jednak zbudować inaczej. W stole S1 można mianowicie wymienić od razu obie jego nogi n3 i n4 na — n3' i n4'. Teraz zgodnie z założeniem (z2) (4) stoły S1 i S3 nie są już genidentyczne. (3) i (4) przeczą sobie.

Zauważmy, że sprzeczność tę uzyskaliśmy, przyjmując explicite założenia (z1) i (z2) oraz implicite — iż genidentyczność jest relacją przechodnią. Z tego ostatniego założenia skorzystaliśmy, wyprowadzając (3) z (1) i (2).

To, że w rozumowaniu tym operujemy genidentycznością, jest oczywiste. Gdybyśmy bowiem posługiwali się identycznością absolutną albo logiczną, nie moglibyśmy zgodzić się na założenie (z1). Stoły różniące się nawet rysą na blacie, nie mówiąc już o różnych nogach — zgodnie z absolutnym (logicznym) pojęciem identyczności — nie są identyczne.

Całkiem rozsądne z praktycznego punktu widzenia wydają się też następujące postulaty:

(p1) Dwa stoły (z powyższego paradoksu) są genidentyczne, gdy różnią się one między sobą co najwyżej jedną nogą.

(p2) Dwa statki (z paradoksu statku Tezeusza) są genidentyczne, gdy różnią się one między sobą co najwyżej tysiącem części.

Stoły S1 i S3 różnią się między sobą dwiema nogami. Zatem — w myśl postulatu (p1) — nie są genidentyczne. Także statki T10 000 i T8 880 — ponieważ różnią się między sobą ponad tysiącem części — w myśl postulatu (p2) — nie są genidentyczne. Ale stół S1 jest genidentyczny ze stołem S2 oraz stół S2 jest genidentyczny ze stołem S3. Także statek T10 000 jest genidentyczny ze statkiem T9 100, a ten ostatni statek jest genidentyczny ze statkiem T8 880. Z rozważań tych wnosimy, że istnieją takie stoły (statki) s1, s2, s3, że s1 jest genidentyczne z s2 oraz s2 jest genidentyczne z s3, lecz s1 nie jest genidentyczne z s3. To zaś znaczy, że genidentyczność jest relacją nieprzechodnią.

Łatwo teraz zauważyć, że sprzeczność, jaką otrzymaliśmy w rozważanym paradoksie, jest wynikiem przyjęcia w nim fałszywego założenia, iż genidentyczność jest relacją przechodnią.

8. I d e n t y c z n o ś ć g e n e t y c z n a — powtórzmy to — nie jest dotąd dobrze sprecyzowana. Pierwszą i jedyną bodaj aksjomatyczną definicję owej identyczności znaleźć można w pracy [Augustynek, 1984]. Przedstawimy teraz inną niż Augustynka definicję genidentyczności podającą własności formalne tej relacji, także tę ustaloną w wyniku analizy paradoksu Chisholma w wersji Salmona, tj. jej nieprzechodniość. Definicja przez postulaty (aksjomatyczna) owej identyczności (dla której przyjmujemy symbol G) mogłaby — wydaje się — być następująca:

$$(G1) \quad \forall x \forall y (xGy \rightarrow yGx),$$

$$(G2) \quad \exists x \exists y \exists z (xGy \wedge yGz \wedge \sim(xGz)),$$

$$(G3) \quad \forall x \forall y (x = y \rightarrow xGy),$$

$$(G4) \quad \exists x \exists y (xGy \wedge \sim(x = y)),$$

$$(G5) \quad \forall x \forall y [xGy \equiv \forall z_1 \dots \forall z_{n+1} (xGz_1 \wedge z_1Gz_2 \wedge \dots \wedge z_{n+1}Gy \rightarrow z_1 = z_2 \vee z_1 = z_3 \vee \dots \vee z_1 = z_{n+1} \vee \dots \vee z_n = z_{n+1})].$$

Aksjomat (G1) stwierdza, że identyczność genetyczna — podobnie jak identyczność absolutna i logiczna — jest relacją symetryczną. Postulat (G2) orzeka, że identyczność genetyczna — w odróżnieniu od identyczności absolutnej i logicznej — jest relacją nieprzechodnią. Postulat (G2) wskazuje na istotną różnicę między genidentycznością a identycznościami absolutną i logiczną. Postulaty (G3) i (G4) stwierdzają łącznie, że identyczność genetyczna (logiczna) jest nadrelacją (podrelacją) właściwą identyczności logicznej (genetycznej). Aksjomat G4 stwierdza, że istnieją co najmniej dwa przedmioty genidentyczne, ale nieidentyczne logicznie. (G5) nie jest aksjomatem, ale schematem przeliczalnie wielu aksjomatów. Orzeka on, że dwa dowolne przedmioty są genidentyczne wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje co najwyżej n „pośrednich” między nimi genidentycznych przedmiotów, ale nieidentycznych logicznie. Gdy $n=1$ ($n=1000$), to (G5) jest postulatem (p_1) ((p_2)) sformułowanym w języku sformalizowanym.

O identyczności genetycznej udowodnić można, że jest ona — jak identyczności absolutna i logiczna — relacją zwrotną.

Twierdzenia (G) oraz (i1) i aksjomat (I), a także postulat (G1) oraz twierdzenia (I1) i (i2) wskazują na „podobieństwo” formalne genidentyczności z identycznościami zarówno absolutną, jak i logiczną. Natomiast postulat (G2) oraz twierdzenia (I2) i (i3) — na istotne różnice między genidentycznością a pozostałymi identycznościami. Ta pierwsza jest relacją nieprzechodnią, pozostałe — relacjami przechodnimi.

9. Wydaje się, że genidentyczność (dla której tym razem przyjmujemy symbol g) można też zdefiniować następująco:

$$(g1) \quad \forall x \forall y (xgy \rightarrow ygx),$$

$$(g2) \quad \exists x \exists y \exists z (xgy \wedge ygz \wedge \sim(xgz)),$$

$$(g3) \quad \forall x \forall y (x i y \rightarrow x g y),$$

$$(g4) \quad \exists x \exists y (x g y \wedge \sim (x i y)),$$

$$(g5) \quad \forall x \forall y [x g y \equiv \forall z_1 \dots \forall z_{n+1} (x g z_1 \wedge z_1 g z_2 \wedge \dots \wedge z_n g z_{n+1} \rightarrow z_1 i z_2 \vee z_1 i z_3 \vee \dots \vee z_1 i z_{n+1} \vee \dots \vee z_n i z_{n+1})].$$

Ta ostatnia definicja genidentyczności — łatwo zauważyć — jest dualna względem poprzedniej. Dualna w tym sensie, że znaki identyczności logicznej (=) i genetycznej (G) zostały zastąpione odpowiednio przez symbole identyczności absolutnej (i) i genetycznej (g).

Postulat (g1) stwierdza, że identyczność genetyczna jest relacją symetryczną, postulat (g2) — że jest ona relacją nieprzechodnią, a aksjomaty (g3) i (g4) orzekają łącznie, że identyczność genetyczna (absolutna) jest nadrelacją (podrelacją) właściwą identyczności absolutnej (genetycznej). Aksjomat (g4) stwierdza, że istnieją co najmniej dwa przedmioty genidentyczne, ale nieidentyczne absolutnie. (g5) także nie jest aksjomatem, ale schematem aksjomatów. Orzeka on, że dwa dowolne przedmioty są genidentyczne wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje co najwyżej n „pośrednich” między nimi genidentycznych przedmiotów, ale nieidentycznych absolutnie. Gdy $n=1$ ($n=1000$), to (g5) jest postulatem (p_1) ((p_2)) zapisanym w języku sformalizowanym.

O identyczności genetycznej, zdefiniowanej w ten ostatni sposób, można również udowodnić, że jest ona relacją zwrotną.

10. Aksjomaty (G3) i (G4) ((g3) i (g4)) ustalają związki między identycznością logiczną (absolutną) a genidentycznością G (g). Natomiast relacje zachodzące między identycznościami logiczną i absolutną podają następujące twierdzenia:

$$(T1) \quad x = y \rightarrow x i y.$$

Dowód. Załóżmy, że 1. $x = y$, oraz 2. $\sim (x i y)$. Z 1., 2. oraz reguły (EI) wynika, iż $\sim (x i x)$, co przeczy twierdzeniu (i1) oraz kończy dowód.

Twierdzenie (T1) głosi, że identyczność logiczna jest podrelacją identyczności absolutnej. Z tezy (T1), po przyjęciu aksjomatu (=) $x i y \rightarrow x = y$ głoszącego, że identyczność absolutna jest podrelacją identyczności logicznej, natychmiast wynika następujące twierdzenie:

$$(T2) \quad x = y \equiv x i y.$$

Ta ostatnia teza głosi, że identyczności logiczna i absolutna są tymi samymi relacjami (zachodzą one dokładnie między tymi samymi przedmiotami).

Wnioskami twierdzenia (T2) i postulatów (G3) oraz (g3) są następujące tezy:

$$(T3) \quad x = y \rightarrow (x G y \equiv x g y),$$

$$(T4) \quad x i y \rightarrow (x G y \equiv x g y).$$

Gdybyśmy ponadto przyjęli aksjomaty:

$$(A1) \quad xGy \rightarrow xgy,$$

$$(A2) \quad xgy \rightarrow xGy,$$

głoszące, że genidentyczność $G(g)$ jest podrelacją genidentyczności $g(G)$, jako natchmiastowy wniosek otrzymalibyśmy tezę:

$$(T5) \quad xGy \equiv xgy,$$

głoszącą, iż obie te genidentyczności są tymi samymi relacjami.

11. Powracamy do pytania z drugiej wersji paradoksu statku Tezeusza. Które ze statków (T, Z, S) są identyczne absolutnie (a więc i logicznie)? Takimi są te tylko, które mają dokładnie te same własności, a więc: TiT , ZiZ , SiS , zatem i $T=T$, $Z=Z$ oraz $S=S$. Natomiast identyczne genetycznie, oprócz identycznych absolutnie (logicznie) są także statki T oraz S. Zatem: TGT , ZGZ , SGS , TGS (TgT , ZgZ , SgS , TgS). W tym, że także TGS (TgS), nie ma niczego paradoksalnego. Z praktycznego punktu widzenia statki te niczym się od siebie nie różnią. Zbudowane przecież zostały z dokładnie tych samych części. Najpierw statek T został zdemontowany, a następnie powtórnie złożony (S). Zatem różnią się one jedynie czasem ich budowy. To akurat — wydaje się — nie ma znaczenia dla zachodzenia między nimi relacji identyczności genetycznej, choć ma — dla zachodzenia relacji identyczności absolutnej (logicznej).

Wracamy teraz do pierwszej wersji paradoksu statku Tezeusza. Łatwo zauważyć, że w paradoksie tym zwrotu „jest identyczne” użyto w dwu różnych znaczeniach. Używano go w sensie identyczności genetycznej i użyto go raz w sensie identyczności absolutnej (logicznej). W tym drugim sensie użyto go tylko wtedy, gdy stwierdzono, że identyczność jest relacją przechodnią; co jest prawdą, ale tylko w odniesieniu do identyczności absolutnej (logicznej). Nie jest to prawda w odniesieniu do identyczności genetycznej. Jest ona bowiem relacją nieprzechodnią. Zatem w paradoksie statku Tezeusza zwrotu „jest identyczne” użyto w dwu różnych znaczeniach, a wniosek wyprowadzono tak, jakby był on używany ciągle w tym samym znaczeniu (co jest konieczne dla poprawności wnioskowania). Popelniono zatem błąd, który nosi nazwę ekwiwokacji.

BIBLIOGRAFIA

- Augustynek, Z. (1984), *Identyczność genetyczna*, „Studia Filozoficzne” nr 3, s. 31-42.
 Engel, P., Nef, F. (1996), *O tożsamości, nieostrości i istotach przedmiotów*, „Filozofia Nauki” nr 4 (16), s. 51-68.
 Garbacz, P. (2002), *Relatywna identyczność i nieodróżnialność*, „Filozofia Nauki” nr 3-4 (39-40), s. 53-64.
 Greniewski, H. (1955), *Elementy logiki formalnej*, Warszawa, PWN.

- Grygianiec, M. (2005), *Genidentyczność a metafizyka persystencji: endurantyzm, perdurantyzm i eksdurantyzm*, „Filozofia Nauki” nr 2(50), s. 87-102.
- Odrawąż-Sypniewska, J. (2002), *Zmiana, trwanie i nieostrość*, „Filozofia Nauki” nr 3-4 (39-40), s. 65-83.
- Tędziągolska, J. (1995), *Identyczność (Przyczynek do słownika filozoficznego)*, „Filozofia Nauki” nr 1-2 (9-10), s. 101-127.
- Wilkosz, W. (1951), *Liczę i myślę*, Warszawa, PWN.