Filozofia Nauki
Rok XI, 2003, Nr 3-4(43-44)

Artur Aleksander Kosek

Kilka uwag w sprawie pojęcia powszechnika

W pracy tej przyjrzymy się tzw. paradoksom ogólności i swoistości. Punktem wyjścia będzie definicja powszechnika podana przez Tadeusza Kotarbińskiego w [3][1] oraz definicja Jacka Jadackiego z [2].

Aby zminimalizować ryzyko pomyłki i uprościć zadanie, będziemy w naszych definicjach i twierdzeniach odwoływać się do ustalonego uniwersum S i języka J opisującego S. Niech S składa się z indywiduów $I_1, I_2, \ldots, I_n$ (i być może jakichś uniwersaliów). Zbiór (dystrybutywny) wszystkich indywiduów oznaczamy literą Γ. Do słownika języka J należą:

1) $P_1, P_2, \ldots, P_m$ — predykaty (zbiór predykatów oznaczamy literą Δ)

2) M, N — symbole specjalne

3) x, y, z — zmienne indywiduowe

4) $\neg, \rightarrow, \wedge, \vee, \leftrightarrow$ — stałe logiczne

5) (,), [,] — nawiasy

6) $\forall$ — kwantyfikator generalny

7) = — symbol relacji identyczności

8) $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_t$ — zmienne predykatowe

Wyrażenia z symbolami M, N należy czytać tak:

a) '$NP_i(x)$' czytamy: x posiada własność[2] NP_i czyli równoważnie: x posiada własność *nie*-P_i.[3]

Zakładamy też, że: $\forall x[NP_i(x) \leftrightarrow \neg(P_i(x))]$, gdzie $i \in 1, \ldots, m$.

b) '$MP_i, \ldots, P_j(x)$' czytamy: x posiada własność posiadania własności $P_i, \ldots, P_j$.

---

[1] Chodzi o definicję 2) ze strony 47.

[2] Wyrażeń 'własność' i 'cecha' używamy zamiennie.

[3] Porównaj [1], paragraf 19.

Składnia J to składnia języka rachunku predykatów. J jest oczywiście zbyt ubogi, żeby mówić w nim o powszechnikach z S. Same definicje powszechnika będziemy formułować w języku potocznym, lecz w odniesieniu do uniwersum S i języka J.

W [2] Jadacki podaje taką definicję powszechnika:

Def1

U jest powszechnikiem w stosunku do jednostek I (tj. $I_1, I_2, \ldots, I_n$), gdy U jest przedmiotem ustanowionym przez wszystkie i tylko własności A (tj. $A_1, A_2, \ldots, A_n$) wspólne dla jednostek I.

Przy tym:

(*) A_k jest własnością wspólną dla jednostek I, gdy każda z jednostek ma własność A_k.

Natomiast u Kotarbińskiego znajdujemy taką definicję:

Def2

P jest powszechnikiem dla desygnatów nazwy 'N'[4] — to tyle, co: P jest przedmiotem posiadającym tylko cechy wspólne desygnatom nazwy 'N'.

Umówmy się, że desygnaty nazwy 'N', o których mowa w def2, są tym samym, co $I_1, \ldots, I_n$ z def1, a zwrot 'być ustanowionym przez' oddamy przez termin 'posiadać'. Teraz jedyna różnica pomiędzy def1 i def2 polega na tym, że w pierwszej definicji występuje zwrot 'wszystkie i tylko', a w drugiej 'tylko'. Naszym intuicjom bardziej odpowiada definicja z łącznikiem 'wszystkie i tylko'.[5] Definicję Jadackiego — Kotarbińskiego zapiszemy więc tak:

Def3

U jest uniwersale dla pewnego podzbioru X indywiduów ze zbioru Γ, gdy U posiada wszystkie i tylko własności wspólne wszystkim indywiduom z X.

Def3 można zarzucać wewnętrzną sprzeczność na dwa sposoby:

1^0 U musi też posiadać własność bycia powszechnikiem dla indywiduów z X czyli własność posiadania wszystkich i tylko własności wspólnych wszystkim indywiduom z X Jednak żadne z indywiduów takiej własności nie posiada, więc również i U jej posiadać nie może.

2^0 Jeśli własność P_i jest własnością swoistą jakiegoś indywiduum I_j z X, tj. $\forall x \in X[P_i(x) \rightarrow (x=I_j)]$, to NP_i jest własnością wszystkich pozostałych indywiduów z X. Musi też zajść jedno z dwojga: albo U posiada własność P_i, albo posiada własność

[4] Cudzysłowy „" służą do zasygnalizowania, że wyrażenie w nie ujęte jest cytatem, zaś cudzysłowy ' ' wskazują użycie metajęzykowe.

[5] W wypadku, gdy łącznikiem jest słowo 'tylko', definicja dopuszcza, aby względem danego zbioru indywiduów istniało kilka powszechników, np. kilku ludzi w ogóle, z których każdy posiadałby część cech ze zbioru wszystkich cech wspólnych wszystkim poszczególnym ludziom. Dlatego też definicja z łącznikiem 'wszystkie i tylko' wydaje nam się bardziej intuicyjna.

NP_i. Jeśli posiada własność P_i, to posiada własność, której nie mają pewne indywidua z X. Musi więc posiadać własność NP_i, ale wtedy posiada własność, której nie ma I_j.

Sytuację 1^0 nazwiemy *paradoksem ogólności*, a sytuację 2^0 — *paradoksem swoistości.*

Jadacki proponuje 3 sposoby uniknięcia paradoksu swoistości:[6]

a) uznać, że własności negatywne nie są własnościami *sensu stricto*;

b) zakwestionować obowiązywanie zasady wyłączonego środka w dziedzinie przedmiotów ogólnych;

c) zmodyfikować definicję przedmiotu ogólnego w ten sposób, by definicja ujmowała tylko takie własności, o których wiadomo, że przysługują jakimś indywiduom.

W tym ostatnim wypadku definicja musiałaby więc spełniać taki warunek:

(W) $\forall xyz \in \Gamma$ [[x jest przedmiotem ogólnym ze względu na y i z] $\leftrightarrow \forall \alpha_i [(\alpha_i(y) \vee \alpha_i(z)) \rightarrow [\alpha_i(x) \rightarrow (\alpha_i(y) \wedge \alpha_i(z))]]]$

Sposób a) jest raczej nie do przyjęcia. Jeżeli φ jest jakąś własnością, to własność nieposiadania φ też nią musi być. Nie łamiemy bowiem żadnych reguł językowych mówiąc, że nieposiadanie φ jest własnością. Znamy też przykłady własności negatywnych: nie-chytrość, nie-liściastość itd. Możemy oczywiście nieporęczny zwrot 'nie-chytrość' zastąpić czymś wygodniejszym, podobnie jak słowo 'niepierwszy' można zastąpić przez 'złożony'. Brak słówka 'nie' daje nam wrażenie, że mamy do czynienia z własnościami pozytywnymi. Jest to jednak wyłącznie sposób nazewnictwa, który nie rozwiązuje problemu. Nadal jest bowiem tak, że pierwszość przeczy złożoności, podobnie jak przeczyła niepierwszości. Jeśli więc pierwszość byłaby własnością swoistą jakiegoś indywiduum z danej grupy, to pozostałe indywidua w tej grupie musiałyby być złożone. Formalnie: jeśli P_i jest własnością, to nazwą własności negatywnej NP_i może być termin 'N_i'. Nie mówimy już więc o własnościach negatywnych, ale nadal jest tak, że P_i oraz N_i są sprzeczne.[7] Jeśli więc P_i jest własnością swoistą I_j (patrz zarzut 2^0), to pozostałe indywidua muszą mieć własność N_i. Powszechnik zaś musi mieć którąś z tych dwu własności, ale zarzut 2^0 uświadamia nam, że tak być nie może. Czy należy w tej sytuacji ratować się sposobem b), tj uznać, że ani P_i, ani N_i nie przysługuje powszechnikowi? Mówi się na przykład, że o powszechniku człowieka nie można z sensem orzec, że jest czarnoskóry lub nie. Nie posiadamy jednak dobrego uzasadnienia dla takiego poglądu, tj. dowodu niepoprawności orzekania o powszechniku człowieka cechy czarnoskórości.[8] Poza tym, po-

[6] Porównaj [1], paragraf 21.

[7] Jest tak dlatego, że zdanie '$\exists x[P_i(x) \wedge N_i(x)]$', które jest równoważne zdaniu '$\exists x[P_i(x) \wedge \neg P_i(x)]$', jest wewnętrznie sprzeczne.

[8] Nie wiemy, na czym miałaby polegać bezsensowność orzekania pewnych cech o pewnych przedmiotach. Wydaje się, że nie ma sensu orzekać danej cechy P_i o przedmiocie I_j, gdy zdania '$P_i(I_j)$' oraz '$\neg P_i(I_j)$' są zarazem fałszywe. W przykładzie z powszechnikiem człowieka tak jednak nie jest. Sądzimy, że zdanie 'Powszechnik człowieka nie posiada cechy czarnoskórości' jest praw-

wszechnik musiałby być wtedy przedmiotem sprzecznym[9], co dodatkowo przemawia na niekorzyść rozwiązania b). Zatem pozostaje jedynie sposób c). Def3 nie spełnia (W). Podstawmy za α_i np. P_i. Załóżmy, że I_j posiada własność P_i oraz że jest to jego własność swoista. Wtedy jakieś I_k ($\neg(k = j)$) posiada własność NP_i, czyli zachodzi $NP_i(I_k)$, a co za tym idzie $\neg P_i(I_k)$. Również przedmiot ogólny x posiada własność NP_i, zatem możemy oderwać człon '$((NP_i(I_j) \wedge NP_i(I_k))$', a następnie samo '$NP_i(I_j)$'. Wcześniej jednak powiedzieliśmy, że zachodzi $P_i(I_j)$. Zatem warunek (W) nie jest spełniony dla tak dobranych własności. Trzeba więc tak zmodyfikować def3, aby spełniała warunek (W).

Zauważmy, że nawet jeśli nie odrzucimy własności negatywnych, to potrafimy je jakoś odróżnić od innych własności, które zwykliśmy określać mianem 'pozytywnych'. Odnosimy bowiem wrażenie, że własności negatywne (a także własność ogólności) są wtórne, tj., że da się je wydedukować w jakiś sposób z własności, do których pasuje określenie: podstawowe. Taka dedukcja nie zawsze może przebiegać w odwrotnym kierunku. Na przykład, jeśli coś jest drewniane, to wiadomo też, że jest nie-metalowe, lecz gdybyśmy wiedzieli tylko, że jest nie-metalowe, to nie moglibyśmy stwierdzić, że jest drewniane. Określmy więc cechy podstawowe pewnego przedmiotu I_j jako najmniejszy zbiór cech (NZC), z którego da się, przy pomocy pewnych reguł, wyprowadzić wszystkie inne cechy I_j. Załóżmy, że pewien przedmiot x posiada cechy $P_i, \ldots, P_j$. Reguły wyprowadzania pozostałych cech x-a mogłyby wyglądać tak:

R(1) $\alpha_k(x) \rightarrow NN\alpha_k(x)$ $\quad (k \in 1, \ldots, t)$

(Jeśli przedmiot ma pewną własność pozytywną, to przysługuje mu również własność nieposiadania odpowiedniej cechy negatywnej.)

R(2) $\neg\alpha_k(x) \rightarrow N\alpha_k(x)$ $\quad (k \in 1, \ldots, t)$

R(3) $[\alpha_i(x) \wedge \ldots \wedge \alpha_j(x)] \rightarrow M\alpha_k, \ldots, \alpha_l(x)$

Zbiór $\alpha_k, \ldots, \alpha_l$ jest przy tym dowolnym podzbiorem zbioru $\alpha_i, \ldots, \alpha_j$.
$(i, j, k, l \in 1, \ldots, t)$[10]

dziwe. Nie jest to więc kontrprzykład do ogólnej tezy:

(T) Każdą własność można z sensem orzec o każdym przedmiocie.

Poza tym, zarzut 2^0 został sformułowany w odniesieniu do J i S, a na gruncie J i S (T) jest w sposób trywialny prawdziwa.

[9] Porównaj [1], paragraf 20.

[10] W języku potocznym występują również takie nazwy, że własności przez nie oznaczane wykluczają się, pomimo że odpowiednie przymiotniki nie są antonimami. Na przykład własność zieloności wyklucza własność niebieskości, ale 'zielony' nie znaczy tyle, co 'nie-niebieski'. Można by wprowadzić jeszcze jedną regułę, która by symulowała tego typu zjawiska — np. regułę, że własności podstawowe o indeksach parzystych wykluczają się z własnościami o indeksach nieparzystych. Wprowadzanie takiej reguły nie jest jednak konieczne. Załóżmy, że w J takich predykatów nie ma.

Takim najmniejszym zbiorem cech muszą być oczywiście wszystkie cechy podstawowe przedmiotu. Gdyby nie było w tym zbiorze jakiejś cechy podstawowej, to nie można by wyprowadzić z tego zbioru wszystkich cech przedmiotu x. Gdyby bowiem tą cechą było dajmy na to P_1, to nie można by wyprowadzić cechy NNP_1, która jest cechą przedmiotu x lub MP_1 i wielu innych. Dzieje się tak dlatego, że cech podstawowych nie można wyprowadzić z innych cech podstawowych (np. z tego, że przedmiot jest zielony, nie wynika, że jest kwadratowy). Musimy więc do NZC włączyć wszystkie cechy podstawowe. Z drugiej strony, muszą to być tylko cechy podstawowe, gdyż w przeciwnym razie nie byłby to najmniejszy zbiór. Zgódźmy się też na następującą definicję:

Def4

Skonstruować przedmiot — to podać jego NZC.

Przyjrzyjmy się teraz takiej modyfikacji definicji powszechnika:

Def5

U jest uniwersale dla pewnego podzbioru X indywiduów ze zbioru Γ, gdy U jest skonstruowany ze wszystkich i tylko własności wspólnych wszystkim indywiduom z X.

Sprawdźmy, czy def5 spełnia warunek (W). Zauważmy, że charakterystyka NZC sprawia, że def5 mówi tylko o własnościach ze zbioru Δ. Możemy więc warunek (W) zapisać tak:

(W') $\forall xyz \in \Gamma$ [[x jest przedmiotem ogólnym ze względu na y i z] $\leftrightarrow$ $[(P_i(y) \vee P_i(z)) \rightarrow [P_i(x) \rightarrow (P_i(y) \wedge P_i(z))]]]$, gdzie $i \in 1, \ldots, m$.

Weźmy jakieś I_j oraz I_k i załóżmy, że pewien x, nazwijmy go 'O', jest dla nich *uniwersale*. Weźmy też jakąś własność P_i. Możemy teraz sprawdzić w kilku krokach, czy te przedmioty oraz własność P_i spełniają (W'):

1. $P_i(I_j) \vee P_i(I_k)$	zał.
2. $P_i(O)$	zał.
3. P_i jest własnością wspólną dla I_j oraz I_k	def5 oraz 2
4. $P_i(I_j) \wedge P_i(I_k)$	3 oraz * [11]

Jedynym możliwym kontrprzykładem jest sytuacja, gdy P_i jest własnością swoistą I_j albo I_k. Wtedy jednak nie zachodzi $P_i(O)$, czyli cała implikacja jest prawdziwa. W poprzedniku nie może być oczywiście '$NP_i(O)$', bo NP_i nie jest własnością należącą do zbioru Δ. Jeśli P_i jest własnością swoistą I_j albo I_k, to powszechnik oczywiście jej nie posiada. Posiada zaś własność NP_i (na mocy R(2)). Definicja wcale tego nie zabrania, mówi bowiem tylko o tych cechach, z których powszechnik jest skonstruowany, a nie o wszystkich, które posiada. Zauważmy, że znika również paradoks ogólności. Cechą ogólności byłoby tu: bycie skonstruowanym z wszystkich i tylko

[11] Zauważmy, że def5 spełnia warunek mocniejszy od (W'). Nie wykorzystujemy bowiem wcale kroku 1.

własności wspólnych wszystkim indywiduom z X. Powszechnik oczywiście taką cechę posiada. Wydaje się, że można taką własność wyrazić w J: $MP_i, \ldots, P_j$, gdzie $P_i, \ldots, P_j$ to wszystkie cechy, z których powszechnik jest skonstruowany. Można więc własność ogólności wyprowadzić z NZC, a def5 nie zabrania powszechnikowi jej posiadać. Nie trzeba zatem odmawiać własności ogólności bycia własnością *sensu stricto*.[12]

Spójrzmy teraz na poniższą matrycę przedstawiającą pewną możliwą konfigurację własności przedmiotów z jakiegoś wycinka S i ilustrującą to, co do tej pory powiedzieliśmy.

I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8	I_9	I_{10}	
#									#	P_1
							#○			P_2
						#○				P_3
#●	#●	#●	#●	#●	#●	#●	#●	#●	#●	P_4
				#○						P_5
		#			#	#		#		P_6
#●	#●	#●	#●	#●	#●	#●	#●	#●	#●	P_7
			#○							P_8
								#○		P_9
#●	#●	#●	#●	#●	#●	#●	#●	#●	#●	P_{10}
#○										P_{11}
		#○								P_{12}
	#○									P_{13}
		#			#			#		P_{14}
					#○					P_{15}
									#○	P_{16}
#							#	#		P_{17}

Krzyżykiem zaznaczone jest miejsce występowania własności. Znak ● oznacza własności wspólne, natomiast znak ○ oznacza własność swoistą. Powszechnik dla indywiduów $I_1, \ldots, I_{10}$ jest skonstruowany z własności P_4, P_7, P_{10}. Cechą ogólności jest $MP_4P_7P_{10}$. Zauważmy też, że można tak rozrysować tabelę, że definicję powszechnika będzie spełniało jakieś indywiduum. Gdyby np. nie wstawić znaku ○ do

[12] Warto też dodać, że teorii powszechników opartej na def5 nie podważa tzw. dowód Leśniewskiego przeciwko istnieniu przedmiotów ogólnych. Dowód ten bowiem jest skierowany przeciw teoriom, które uznają zdanie:

(A) 'Jeżeli X jest przedmiotem ogólnym względem przedmiotów a, X jest b oraz Y jest a, to Y jest b'.

Teoria powszechników oparta na def5 odrzuca zdanie (A). Porównaj [4].

komórki I_2—P_{13}, to cechami podstawowymi I_2 byłyby, podobnie jak w wypadku powszechnika, własności P_4, P_7, P_{10}. Aby tego uniknąć, trzeba uznać, że:

(T1) Każde indywiduum ma wśród swych własności podstawowych cechę swoistą.

Jeśli jednak zgadzamy się na (T1), to pojawiają się kłopoty. Przyjrzyjmy się następującemu rozumowaniu.[13] W uniwersum S istnieją co najmniej dwa przedmioty (I_j, I_k,), które na mocy (T1) nie są identyczne, zatem istnieje taka własność α_m, że zachodzi $\alpha_m(I_j) \wedge \neg\alpha_m(I_k)$. Załóżmy też, że I_j oraz I_k posiadają pewną identyczną własność α_n. Tak więc w I_j α_n występuje wraz z α_m, natomiast w I_k α_n występuje bez α_m. Oznaczmy własność występowania w I_k wraz z α_m przez α_o. Własność α_o przysługuje α_n w I_j, nie przysługuje zaś α_n w I_k. Zatem α_n w I_j nie jest identyczna z α_n w I_k. Zakładaliśmy jednak, że są one identyczne.[14] Bocheński twierdzi, że identyczność dla własności nie jest identycznością tego samego rodzaju, co w wypadku indywiduów i tę pierwszą nazywa S-identycznością. Jeśli zgodzić się na powyższe rozumowanie, to trzeba też uznać, że def5 jest bezużyteczna, mówi ona bowiem coś o własnościach wspólnych, ale nie ma czegoś takiego jak własności wspólne, jeśli pomiędzy własnościami przysługującym różnym przedmiotom nie zachodzi relacja identyczności. Możemy z tej sytuacji wybrnąć na dwa sposoby. Pierwszy sposób polega na podaniu kryteriów odróżniania cech podstawowych od wtórnych dla własności (podobnie jak zrobiliśmy to dla indywiduów). Po podaniu takich kryteriów mówilibyśmy, że własności są identyczne, jeśli posiadają te same cechy podstawowe. Jednakże kryteria te dla własności nie są tak jasne, jak dla indywiduów. Łatwiej więc będzie przyjąć definicję S-identyczności ($=_s$), którą podaje Bocheński:

Def6

$\alpha_i =_s \alpha_j \leftrightarrow \forall x(\alpha_i(x) \leftrightarrow \alpha_j(x))$.

Przeformułujmy teraz definicję własności wspólnej (*), tak żeby było jasne, iż zakłada ona S-identyczność.

Def7

α_i jest własnością wspólną dla jednostek I, gdy $\forall_{x \in I} \exists \alpha_j(\alpha_j(x) \wedge \alpha_j =_s \alpha_i)$.

Def5 pozostaje bez zmian.

[13] Porównaj [5], s. 101-102.

[14] Rozumowanie Bocheńskiego można skrócić. Aby pokazać, że dwie własności nie są identyczne, wystarczy wskazać dwa różne przedmioty x i y, którym one przysługują. Wtedy pierwsza własność posiada cechę występowania w x, której nie posiada druga własność.

LITERATURA

[1] J. J. Jadacki, *Spór o granice istnienia*, Warszawa 1998.
[2] J. J. Jadacki, „O co chodzi w tzw. sporze o powszechniki", *Studia Filozoficzne* 1988 nr 10.
[3] T. Kotarbiński, *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, Warszawa 1986, s. 44-48.
[4] J. Woleński, *Szkoła Lwowsko-Warszawska w polemikach*, Warszawa 1997, s. 58-63.
[5] Józef M. Bocheński, „Zagadnienie powszechników", [w:] *Logika i filozofia*, Warszawa 1993, s. 79-105.