Filozofia Nauki
Rok VIII, 2000, Nr 1(29)

Paweł Garbacz

W stronę Łukasiewicza

> Twierdzę otóż, że istnieją zdania, które nie są ani prawdziwe, ani fałszywe, tylko jakoś obojętne. [...] Zdania obojętne, którym ontologicznie odpowiada *możliwość* mają trzecią wartość logiczną.
>
> Wprowadzając tę trzecią wartość do logiki, zmieniamy ją od podstaw.
>
> Jan Łukasiewicz, „O determinizmie"

0. Motywacją do napisania tego artykułu jest przekonanie jego autora, iż mimo wielu uwag krytycznych wysuwanych zarówno pod adresem samej logiki trójwartościowej Łukasiewicza, jak i odpowiednich rozważań filozoficznych leżących u jej podstaw,[1] intuicje pioniera systemów nieklasycznych zawierają «zdrowe jądro», w dużym stopniu oszczędzone przez większość polemistów. Składają się nań nie twierdzenia o przyszłych (nie)zdeterminowanych zdarzeniach, czy o wartościach logicznych zdań o takich zdarzeniach, lecz, jak się ostatecznie okaże, postulaty związane z dążeniem do ograniczenia logiki klasycznej poprzez postawienie przed prawami logiki silniejszych niż klasyczne wymagań. Ich spełnienie, w postaci konstrukcji systemu formalnego, niech będzie empirycznym argumentem za wyrażoną w tytule artykułu tezą.

1. Przez program budowy logiki rozumiem układ postulatów, które powinna ona spełniać. Postulaty są zdaniami zapisanymi w metajęzyku, stwierdzającymi, co jest dopuszczalne i/lub co jest wymagane przy interpretacji danej logiki. Program budowy logiki trójwartościowej ($Ł_3$) proponuję nazywać „programem Łukasiewicza" (PŁ).

---

[1] Jedną z najnowszych takich krytyk zawiera artykuł T. Bigaja, „Uwagi o logice trójwartościowej", zamieszczony w *Filozofii Nauki* 5(1997) nr 3, s. 113—121.

Postulaty PŁ pochodzą z programowego dla logiki trójwartościowej artykułu „O determinizmie":

I) Za zmienne logiki wolno podstawiać zdania o przyszłości.

II) Logika powinna uwzględniać, że oprócz zdań prawdziwych i fałszywych istnieją zdania obojętne.

III) Logika powinna zdawać sprawę ze zróżnicowania: uznawanie zdań, odrzucanie zdań, zawieszanie sądu.

Zdania o przyszłości z dezyderatu pierwszego są to zdania, które wypowiedziane przez użytkownika w danej chwili stwierdzają, że pewne stany rzeczy zaistnieją w chwili późniejszej.[2] Zakładam prowizorycznie, iż każde z nich bądź ma formę „Będzie (w chwili *t*) tak, że *p*", bądź może zostać do niej przekształcone bez zmiany swego znaczenia.

Jak wiadomo do zdań obojętnych nasz logik zaliczał zdania o niezdeterminowanej przyszłości. Jeśliby potraktować na serio jego twierdzenie o istnieniu takich zdań zawarte *implicite* w postulacie II, należałoby zgodnie z wypowiedziami zawartymi w artykule „O determinizmie" przyjąć, że:

D1. Zdanie o przyszłości jest prawdziwe zawsze i tylko wtedy, gdy istnieje dziś stan rzeczy, który jest przyczyną stanu rzeczy, którego istnienie zdanie to stwierdza.[3]

Odpowiednio:

D2. Zdanie o przyszłości jest fałszywe zawsze i tylko wtedy, gdy istnieje dziś stan rzeczy, który jest przyczyną nieistnienia stanu rzeczy, którego istnienie zdanie to stwierdza.

Zatem:

D3. Zdanie o przyszłości jest obojętne zawsze i tylko wtedy, gdy nie istnieje dziś stan rzeczy, który jest przyczyną stanu rzeczy, którego istnienie zdanie to stwierdza oraz nie istnieje dziś stan rzeczy, który jest przyczyną nieistnienia stanu rzeczy, którego istnienie zdanie to stwierdza.

Przy tym polem relacji „... jest przyczyną ..." jest zbiór realnych, empirycznie poznawalnych, stanów rzeczy. Przykładowo może należeć do niego: to, że Jan jest obłożnie chory; to, że Jan nieodwołalnie postanowił zostać jutro w domu itp.

---

[2] Np. „Jan będzie jutro w południe w domu", „Jutro odbędzie się bitwa morska" itp.

[3] „Zwrotu: „Prawdą jest w chwili *t*, że *p*" [...] używam w zastępstwie powiedzenia: „*Jest* tak, w chwili *t*, że *p*"" (*O determinizmie*, s. 116). „*Jest* tak w chwili obecnej, że Jan będzie jutro w południe w domu, znaczy, że istnieje w chwili obecnej fakt, będący *przyczyną* jutrzejszej bytności Jana w domu [...]. Przyczyna przyszłego faktu stwierdzanego przez zdanie „*p*", istniejąca w chwili *t*, jest *realnym odpowiednikiem* zdania: „Jest tak w chwili *t*, że *p*"" (tamże, s. 122).

Łukasiewicz wspomina również o zdaniach dotyczących przeszłości, w wypadku których istotne są nie przyczyny zdarzeń, lecz ich skutki, ale milczenie o nich w innych jego pracach pozwala chyba uznać tę wzmiankę za chwyt retoryczny, podyktowany kontekstem publicznego wygłoszenia tego artykułu.[4]

Ostatni punkt PŁ odwołuje się do następującego przyporządkowania Łukasiewiczowskim wartościom logicznym wspomnianych postaw propozycjonalnych:

IIIa. Należy uznawać zdania prawdziwe.

IIIb. Należy odrzucać zdania fałszywe.[5]

IIIc. Należy zawieszać sąd wobec zdań, które nie są ani prawdziwe, ani fałszywe.[6]

Sam twórca logiki nieklasycznej podkreśla, iż dopiero wprowadzenie trzeciej postawy propozycjonalnej, adekwatnej pragmatycznie w stosunku do zdań obojętnych, spełnia wszystkie jego intuicje.[7]

Program Łukasiewicza jest — jak się wydaje — obiecującym kandydatem na «zdrowe jądro» stanowiska autora rozprawy *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa*. Okazało się jednakże, iż wymaga on pewnej modyfikacji

2. L. Borkowski, broniąc obowiązywalności logiki klasycznej, wskazał mianowicie na niekonsekwencję pomiędzy definicjami a twierdzeniami Łukasiewicza, którą można dostrzec porównując przypis 4 z D1.[8] Autor artykułu „O determinizmie" określa bowiem nie prawdę (rozumianą klasycznie),[9] lecz prawdę-dziś (*resp.* fałsz-dziś). Definicje «Łukasiewiczowskich» wartości logicznych powinny zatem mieć poniższą postać:

---

[4] Zdania o przeszłości są to zdania, które wypowiedziane w danej chwili stwierdzają, że pewne stany rzeczy istniały przed tą chwilą, zaś zdania o teraźniejszości stwierdzają, iż pewne stany rzeczy istnieją w chwili wypowiadania tych zdań.

[5] „Chcę uznawać prawdę i tylko prawdę, chcę odrzucać fałsz i tylko fałsz", („Logika dwuwartościowa", [w:] J. Łukasiewicz, *Logika i metafizyka*, red. J. Jadacki, TNW, Warszawa 1998, s. 112).

[6] „[...] Istnieje różnica między przypadkiem, w którym nie uznajemy zdania: „Prawdą jest w chwili obecnej, że Jan będzie jutro w południe w domu" dlatego, że jutrzejsza bytność czy niebytność Jana w domu nie jest jeszcze w chwili obecnej przesądzona, a przypadkiem, w którym nie uznajemy tego zdania dlatego, że istnieje w chwili obecnej przyczyna jutrzejszej jego niebytności. [...] Tylko w tym drugim przypadku mamy prawo *odrzucić* to zdanie i powiedzieć „*Nie jest prawdą* w chwili obecnej, że Jan będzie jutro w południe w domu"" (*O determinizmie*, s. 124).

[7] Tamże.

[8] L. Borkowski, „Kilka uwag o zasadzie dwuwartościowości i logikach wielowartościowych", [w:] tenże, *Studia logiczne*, TN KUL, Lublin 1990, s. 473—474.

[9] Łukasiewicz był zresztą zdeklarowanym zwolennikiem tej koncepcji (zob. „Zagadnienie prawdy" oraz „Zagadnienia prawdy" [w:] J. Łukasiewicz, *Logika i metafizyka*, s. 54—55).

D4. Zdanie o przyszłości jest dziś prawdziwe zawsze i tylko wtedy, gdy istnieje dziś stan rzeczy, który jest przyczyną stanu rzeczy, którego istnienie zdanie to stwierdza.

Odpowiednio:

D5. Zdanie o przyszłości jest dziś fałszywe zawsze i tylko wtedy, gdy istnieje dziś stan rzeczy, który jest przyczyną nieistnienia stanu rzeczy, którego istnienie zdanie to stwierdza.

Jednakże teraz postulat II PŁ staje się nierealizowalny z powodu braku zdań obojętnych. Można wszelako zmodyfikować go w następujący sposób:

IV) Logika powinna zdawać sprawę ze zróżnicowania: zdania prawdziwe dziś, zdania fałszywe dziś, zdania dziś ani prawdziwe, ani fałszywe.

Odpowiednio należy także zmienić postulat III, a właściwie definicje z nim związane. Powstały postulat V ma treść identyczną z III, lecz wymienione w nim postawy propozycjonalne są rozumiane odmiennie:

Va. Należy uznawać zdania dziś prawdziwe.

Vb. Należy odrzucać zdania dziś fałszywe.

Vc. Należy zawieszać sąd wobec zdań, które nie są ani dziś prawdziwe, ani dziś fałszywe.

Modyfikacja postulatów PŁ prowadzi do programu, który nazwiemy „poprawionym programem Łukasiewicza" (PPŁ),[10] owego «zdrowego jądra» wywodów autora logiki trójwartościowej, o którym wspomniałem na początku.

3. Proponuję następującą realizację PPŁ. System formalny Ł jest parą złożoną z języka $\mathcal{L}$ (identycznego z językiem KRZ) oraz podobnej do niego algebry $\mathcal{A}$.

D6. $\mathcal{A} = (\{1, 2, 3, 4\}, \{\sim, \wedge, \vee, \rightarrow, \equiv\})$.

Funkcje tej algebry są wyznaczone przez następującą matrycę czterowartościową:

p	$\sim p$
1	4
2	3
3	2
4	1

[10] Na PPŁ składają się zatem postulaty I, IV, V (Va—c).

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \equiv q$
1	1	1	1	1	1
1	2	2	1	2	2
1	3	3	1	3	2
1	4	4	1	4	4
2	1	2	1	1	2
2	2	2	2	2	2
2	3	3	2	3	3
2	4	4	2	3	3
3	1	3	1	1	3
3	2	3	2	2	3
3	3	3	3	2	3
3	4	4	3	2	2
4	1	4	1	1	4
4	2	4	2	1	3
4	3	4	3	1	2
4	4	4	4	1	1

Zbiór $\mathcal{HOM}(\mathcal{L}, \mathcal{A})$ jest zbiorem homomorfizmów z języka $\mathcal{L}$ w algebrę $\mathcal{A}$. Elementy tego zbioru będę oznaczał przez $h_Ł$.

Wartości logiczne algebry $\mathcal{A}$ posiadają następującą interpretację:

D7. Zdanie „Będzie, że *p*" ma wartość 1 zawsze i tylko wtedy, gdy będzie, że *p* i dziś istnieje przyczyna tego, że będzie, że *p*.

D8. Zdanie „Będzie, że *p*" ma wartość 2 zawsze i tylko wtedy, gdy będzie, że *p*, lecz dziś nie istnieje przyczyna tego, że będzie, że *p*.

D9. Zdanie „Będzie, że *p*" ma wartość 3 zawsze i tylko wtedy, gdy nie będzie, że *p*, lecz dziś nie istnieje przyczyna tego, że nie będzie, że *p*.

D10. Zdanie „Będzie, że *p*" ma wartość 4 zawsze i tylko wtedy, gdy nie będzie, że *p* i dziś istnieje przyczyna tego, że nie będzie, że *p*.

Zatem 1 jest «Łukasiewiczowską» prawdą-dziś, wartości 4 odpowiada zaś fałsz-dziś. Zbiór zdań o wartości 1 lub 2 to zbiór (przyszłych) zdań prawdziwych w sensie klasycznym, a zdania o wartości 3 lub 4 stanowią zbiór zdań fałszywych. Dla uproszczenia zakładam, że za zmienne logiki Ł można podstawiać tylko zdania o przyszłości o jednej z czterech tak rozumianych wartości logicznych.

Tabelki dla negacji i koniunkcji zbudowane są odpowiednio na podstawie twierdzeń D11—13, D14—16,

D11. Będzie, że $\sim p$ zawsze i tylko wtedy, gdy nie będzie, że *p*.

D12. Istnieje dziś przyczyna tego, że będzie, że $\sim p$ zawsze i tylko wtedy, gdy istnieje przyczyna tego, że nie będzie, że p.

D13. Istnieje dziś przyczyna tego, że nie będzie, że $\sim p$ zawsze i tylko wtedy, gdy istnieje przyczyna tego, że będzie, że p.

D14. Będzie, że $(p \wedge q)$ zawsze i tylko wtedy (będzie, że p) i (będzie, że q).

D15. Istnieje dziś przyczyna tego, że będzie, że $(p \wedge q)$ zawsze i tylko wtedy, gdy (istnieje dziś przyczyna tego, że będzie, że p) i (istnieje dziś przyczyna tego, że będzie, że q).

D16. Istnieje dziś przyczyna tego, że nie będzie, że $(p \wedge q)$ zawsze i tylko wtedy, gdy (istnieje dziś przyczyna tego, że nie będzie, że p) lub (istnieje dziś przyczyna tego, że nie będzie, że q).

oraz o «ontologiczne» twierdzenia dotyczące związku przyczynowego:

D17. Jeśli istnieje przyczyna tego, że będzie, że p, to będzie, że p.

D18. Jeśli istnieje przyczyna tego, że nie będzie, że p, to nie będzie, że p.

Tabelki dla pozostałych funktorów umożliwiają zachowanie klasycznych zależności definicyjnych między nimi. Warunki prawdziwościowe tak zdefiniowanych funktorów pokrywają się z warunkami ich odpowiedników z KRZ. Z tej racji można przyjąć, że znaczenia negacji, koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności w Ł są identyczne ze znaczeniami ich klasycznych odpowiedników z dokładnością do warunków klasycznych.[11] Innymi słowy, żadne zdanie zbudowane za pomocą funktorów KRZ nie zmieni swej klasycznej wartości logicznej, gdy zastąpimy je funktorami logiki Ł. Ta konserwatywność realizacji PPŁ wypływa z nieistnienia postulatu modyfikacji znaczeń funktorów.

Uważam, że powyższa matryca wraz ze swą interpretacją spełnia punkt IV PPŁ.

Dla realizacji ostatniego wymogu wprowadzam trzy definicje operacji konsekwencji:

D19. $\alpha \in C_1(X)$ ztw $\forall h_Ł$ (jeśli $h_Ł X \subseteq \{1\}$, to $h_Ł \alpha \in \{1\}$).

D20. $\alpha \in C_2(X)$ ztw $\forall h_Ł$ (jeśli $h_Ł X \subseteq \{1\}$, to $h_Ł \alpha \in \{1, 2\}$).

D21. $\alpha \in C_3(X)$ ztw $\forall h_Ł$ (jeśli $h_Ł X \subseteq \{1\}$, to $h_Ł \alpha \in \{1, 2, 3\}$).[12]

---

[11] Logiki Ł nie dotyczy tym samym zarzut nieuzasadnionej i nieokreślonej zmiany znaczenia funktorów, który Bigaj stawia systemowi Łukasiewicza. Zob. T. Bigaj, *op. cit.*, s. 118.

[12] Warto przy okazji zwrócić uwagę na różnicę w definiowaniu «nieklasycznych» konsekwencji C_2 i C_3 w stosunku do tzw. *quasi*-konsekwencji. *Quasi*-konsekwencje C_2 i C_3 miałyby postać:

(i) $\alpha \in C_2(X)$ wtw $\forall h_Ł$ (jeśli $h_Ł X \subseteq \{1, 2\}$, to $h_Ł \alpha \in \{1\}$).

(ii) $\alpha \in C_3(X)$ wtw $\forall h_Ł$ (jeśli $h_Ł X \subseteq \{1, 2, 3\}$, to $h_Ł \alpha \in \{1\}$).

O *quasi*-konsekwencjach zob: G. Malinowski, „*Q*-consequence relation", *Reports on Mathe-*

Przy tym:

D22. $\alpha \in$ UZNANE ztw $\alpha \in C_1(\varnothing)$.

D23. $\alpha \in$ ZAWIESZONE ztw $\alpha \in C_2(\varnothing) \setminus C_1(\varnothing)$.

D24. $\alpha \in$ ODRZUCONE ztw $\alpha \in \mathcal{L} \setminus (C_1(\varnothing) \cup C_2(\varnothing))$.

Definicje zbiorów tego, co UZNANE, ZAWIESZONE i ODRZUCONE, realizują dezyderat V PPŁ. Według ewentualnego programu dla logiki klasycznej uznajemy zdania prawdziwe, odrzucając zdania fałszywe. W KRZ wyrażeniami uznanymi są wyrażenia «zawsze» prawdziwe, wyrażeniami odrzuconymi wyrażenia «czasami» fałszywe. Zatem wobec Va-c, analogicznie w Ł uznane są wyrażenia «zawsze» dziś prawdziwe (*scil.* także prawdziwe), zawieszamy natomiast nasz sąd wobec wyrażeń «zawsze» prawdziwych, lecz «czasami» nie dziś prawdziwych. W logice realizującej PPŁ odrzucone są wyrażenia «czasami» dziś fałszywe lub fałszywe, lecz nie dziś fałszywe.

Co więcej, definicje operacji konsekwencji pozwalają na odróżnienie nie tylko różnych postaw propozycjonalnych wobec zdań, lecz także różnych rodzajów wnioskowania. Mianowicie w świetle interpretacji wartości logicznych rozumując zgodnie z:

— C_1 od zdań uznanych (dziś prawdziwych) przechodzimy do zdań uznanych (dziś prawdziwych);

— C_2 od zdań uznanych (dziś prawdziwych) przechodzimy do zdań prawdziwych (dziś prawdziwych lub nie dziś prawdziwych);

— C_3 od zdań uznanych (dziś prawdziwych) przechodzimy do zdań nie dziś fałszywych.

Pierwszy sposób wnioskowania określiłbym jako najbezpieczniejszy, ostatni jako najbardziej ryzykowny.

4. Oto garść faktów dotyczących wprowadzonych pojęć wraz ze szkicami dowodów:

F1. UZNANE $= \varnothing$.

Każde wyrażenie logiki Ł przyjmuje wartość 2 lub 3, gdy zmienne do niego należące przyjmują wartości 2 lub 3.

F2. $C_2(\varnothing) = C_{KRZ}(\varnothing)$.

Pomiędzy matrycą Ł a matrycą KRZ można ustalić następujące odwzorowanie:

(i) Jeśli $h_Ł=1$, to $h_{KRZ}=1$.

(ii) Jeśli $h_Ł=2$, to $h_{KRZ}=1$.

(iii) Jeśli $h_Ł=3$, to $h_{KRZ}=0$.

(iv) Jeśli $h_Ł=4$, to $h_{KRZ}=0$.

---

matical Logic 24(1990), s. 49—59; tenże, „Inferential Many-Valuedness", [w:] J. Woleński (ed.), *Philosophical Logic in Poland*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1994, s. 75—84; M. Tsuji, „Many-Valued Logics and Suszko's Thesis Revisited", *Studia Logica* 60(1998), s. 299—309.

Jak łatwo dostrzec, odwołując się do funkcji matryc Ł i KRZ, odwzorowanie wyznaczone przez (i)—(iv) jest homomorfizmem. **F2** wynika wówczas z twierdzenia o zawartości matryc homomorficznych.[13]

F3. ZAWIESZONE = $C_{KRZ}(\varnothing)$.

Wniosek z **F2**.

F4. Jeśli $\exists h_Ł\ h_Ł\alpha = 3$, to $\exists h_Ł\ h_Ł\alpha = 4$.

Niech bowiem $h_Ł\alpha=3$. Skonstruujemy teraz homomorfizm $h'_Ł$.
Jeśli $p_i \in Zm(\alpha)$, to
(i) jeśli $h_Ł p_i=1$, to $h'_Ł p_i=1$;
(ii) jeśli $h_Ł p_i=2$, to $h'_Ł p_i=1$;
(iii) jeśli $h_Ł p_i=3$, to $h'_Ł p_i=4$;
(iv) jeśli $h_Ł p_i=4$, to $h'_Ł p_i=4$.
Indukcyjnie (ze względu na złożoność formuły α) można dowieść, że $h'_Ł\alpha=4$.

F5. $C_3(\varnothing) = C_2(\varnothing) = C_{KRZ}(\varnothing)$.

Zachodzi oczywiście
(i) $C_2(\varnothing) \subseteq C_3(\varnothing)$.
Z **F4** wynika, że
(ii) $\forall\alpha$ (Jeśli $\forall h_Ł\ h_Ł\alpha \in \{1, 2, 3\}$, to $\forall h_Ł\ h_Ł\alpha \in \{1, 2\}$),
czyli
(iii) $C_3(\varnothing) \subseteq C_2(\varnothing)$.

F6. $C_2 = C_{KRZ}$.

Udowodnię wpierw, że
(a) $C_{KRZ} \leq C_2$.
Niech
(i) $\alpha \in C_{KRZ}(X)$
oraz
(ii) $h_Ł(X) \subseteq \{1\}$.
Trzeba udowodnić, że $h_Ł\alpha \in \{1, 2\}$.
Przesłanka (i) daje
(iii) $\forall h_{KRZ}$ (Jeśli $h_{KRZ}X \subseteq \{1\}$, to $h_{KRZ}\alpha \in \{1\}$).
Wobec homomorfizmu między Ł i KRZ, mamy
(iv) $\forall h_Ł$ (Jeśli $h_Ł X \subseteq \{1, 2\}$, to $h_Ł\alpha \in \{1, 2\}$).
Założenie (ii) pociąga to, że
(v) $h_Ł(X) \subseteq \{1, 2\}$.
Żądany wniosek wynika z (iv) i (v).

---

[13] Zob. np. W. Pogorzelski, *Klasyczny rachunek logiczny. Zarys teorii*, PWN, Warszawa 1975[3], s. 126.

Gdyby $C_{KRZ}<C_2$, to z racji tego, że konsekwencja klasyczna jest konsekwencją maksymalną, C_2 byłaby konsekwencją sprzeczną, tzn. $C_2(X)=\mathcal{L}$. Łatwo dostrzec, iż tak nie jest, co — wobec (a) — prowadzi do równości **F6**.

F7. $C_3 = C_{KRZ}$.

Dowód analogiczny do dowodu **F6**.

F8. C_1, C_2 i C_3 są logicznie dwuwartościowe, stąd logika Ł jest logicznie dwuwartościowa.[14]

Wniosek z **F6** i **F7** oraz definicji logicznej dwuwartościowości operacji konsekwencji.

F9. C_2 i C_3 spełniają twierdzenie o dedukcji.

Wniosek z **F6** i **F7**.

F10. Jeśli $\alpha\rightarrow\beta \in C_1(X)$, to $\beta \in C_1(X\cup\{\alpha\})$, lecz nie odwrotnie.

Dowód prawdziwości implikacji z lewej na prawą pomijam. Dla dowodu fałszywości implikacji odwrotnej zauważmy, że np.: $p\rightarrow p \in C_1(\{p\rightarrow p\})$, lecz $(p\rightarrow p) \rightarrow (p\rightarrow p) \notin C_1(\varnothing)$.

F11. $C_1<C_{KRZ}$.

Z faktu istnienia homomorfizmu oraz z **F1**.

F12. Z aksjomatów Tarskiego dla KRZ C_1 nie spełnia:
(a) Jeśli $\beta \in C_1(X\cup\{\alpha\})$, to $\alpha\rightarrow\beta \in C_1(X)$.
(b) $C_1\{\alpha\}\cap C_1\{\sim\alpha\} \subseteq C_1(\varnothing)$.

Ad (b)
$p\rightarrow p \in C_1(\{p\rightarrow p\})$,
$p\rightarrow p \in C_1(\{\sim(p\rightarrow p)\})$,
lecz $p\rightarrow p \notin C_1(\varnothing)$.

F13. (a) $(q\rightarrow r) \rightarrow (p\rightarrow r) \notin C_1(\{p\rightarrow q\})$.
(b) $p\rightarrow p \notin C_1(\{q\})$.
(c) $p\wedge r\rightarrow q\wedge r \notin C_1(\{p\rightarrow q\})$.
(d) $q \rightarrow p\wedge q \notin C_1(\{p\})$.

5. Dla logiki Ł jest charakterystyczny **F1**. Stwierdza on brak wyrażeń uznanych, czyli brak takich form zdaniowych, których każde podstawienie jest zdaniem dziś

[14] Pojęcie logicznej dwuwartościowości rozumiem w sensie Suszki. Por. R. Suszko, „Some Remarks on Łukasiewicz's Three Valued logic", *Bulletin of the Section of Logic* 4(1975), s. 87—90, tenże, „The Fregean Axiom and Polish Mathematical Logic in the 1920s'", *Studia Logica* 36(1977), s. 377—380.

prawdziwym. Okazało się, iż nałożenie silniejszego warunku na akceptowalność tautologii logicznych spowodowało ich nieistnienie.[15] Kontrowersyjnym może wydawać się fakt nieuznania (co nie pociąga jednak odrzucenia) w Ł również «najoczywistszych» praw KRZ, takich jak prawo niesprzeczności i wyłączonego środka.[16] Co prawda, jeśli dziś nie istnieje przyczyna ani dla tego, że jutro będzie bitwa morska ani dla tego, że jutro jej nie będzie, to dziś nie istnieje przyczyna tego, że jutro nie będzie tego, że bitwa morska będzie i nie będzie, gdyż przyczyną tą mogłaby być jedynie przyczyna tego, że bitwa będzie, lub przyczyna tego, że bitwy nie będzie. Niemniej jednak, z pewnością jutro nie będzie tego, że bitwa morska będzie i nie będzie, choć dziś nic nie determinuje nieistnienia tego stanu rzeczy.

Przekonanie o tym, że już dziś istnieje przyczyna tego, że jutro nie będzie tak, że bitwa morska będzie i nie będzie, może wypływać z utożsamienia konieczności kauzalnej z koniecznością logiczną. Chociaż być może jest logicznie konieczne to, że jutro nie będzie tak, że bitwa morska będzie i nie będzie,[17] to jednak nie jest to kauzalnie konieczne, albowiem nie istnieje przyczyna tego faktu w postaci pewnego stanu świata rzeczywistego, który mógłby wywołać (jako przyczyna sprawcza) to, że jutro nie będzie tak, że bitwa morska będzie i nie będzie.

Można chyba powiedzieć, iż **F1** spełnia postulat powszechnej (tj. zachodzącej w każdym możliwym świecie) obowiązywalności logiki. Wyrażenia uznane w Ł są to formy zdaniowe takie, że każde ich podstawienie jest zdaniem dziś prawdziwym, czyli zdaniem, które stwierdza taki stan rzeczy, dla którego dziś istnieje przyczyna jego zachodzenia. Gdyby zatem istniało wyrażenie $\alpha \in$ UZNANE, to niezależnie od tego, jaki jest świat rzeczywisty (niezależnie od wartościowań prawdziwościowych), istniałoby dziś nieskończenie wiele stanów rzeczy będących przyczynami pewnych przyszłych stanów rzeczy, stwierdzanych przez podstawienia α.[18] Innymi słowy **F1** implikuje, że empiryczna zawartość świata rzeczywistego nie zależy od praw logiki.

F3 i **F1** wskazują, że gdy chcemy wyróżniać zdania dziś prawdziwe, to musimy wyrzec się tautologii logicznych. **F2** i **F3** pociągają za sobą to, że zbiór wyrażeń odrzuconych w Ł jest identyczny ze zbiorem wyrażeń odrzuconych KRZ. **F5** jest konsekwencją własności Ł wyrażonej przez **F4**. Polega ona na tym, że fałszywość wyra-

---

[15] Można przy okazji zauważyć, iż w oryginalnym systemie Łukasiewicza istnienie tautologii jest zagwarantowane jedynie przez «nienaturalną» definicję implikacji. W $Ł_3$ bowiem również nie istnieją tautologie zbudowane jedynie z koniunkcji, negacji i alternatywy. Owa nienaturalność, za pomocą której zapewne Łukasiewicz chciał ratować niepustość zbioru tautologii, jest przyczyną «paradoksu implikacji $Ł_3$», o którym wspomina Bigaj.

[16] Por. np. L. Borkowski, „W sprawie intuicyjnej interpretacji logiki trójwartościowej Łukasiewicza", *Roczniki Filozoficzne* 25(1977) z. 1, s. 64—65.

[17] Jest tak przy założeniu, że zdanie „Jutro nie będzie tak, że bitwa morska będzie i bitwy morskiej nie będzie" jest podstawieniem «powszechnie obowiązującego» prawa niesprzeczności.

[18] Gdyby owym α było na przykład prawo niesprzeczności, to istniałyby realnie następujące stany rzeczy: przyczyna tego, że jutro nie będzie tak, że będzie i nie będzie bitwy morskiej przyczyna tego, że jutro nie będzie tak, że Jan będzie i nie będzie w domu itd.

żenia dla pewnego wartościowania pociąga za sobą fałszywość-dziś tego wyrażenia przy innym wartościowaniu. Kolejne dwa fakty określają klasyczność wywodów Łukasiewicza. Interesująca jest przy tym zbieżność C_2 i C_3. **F7** gwarantuje, że wnioskowanie wedle C_3 nie doprowadzi nigdy od zdań prawdziwych do zdań fałszywych, choć nie dziś fałszywych, którą to możliwość sugerował komentarz do D19—21. **F8** dowodzi, iż argumentacja Łukasiewicza nie prowadzi do logiki istotnie trójwartościowej. Warto zwrócić uwagę na to, że C_2 i C_3 «pozornie» nie są logicznie dwuwartościowe. **F9** i **F10** wskazują, iż funktor implikacji Ł «bardziej» odpowiada klasycznym konsekwencjom C_2 i C_3 niż nieklasycznej C_1. **F11** stwierdza przy zamierzonej interpretacji, iż logika klasyczna nie gwarantuje przechodzenia od prawd-dziś do prawd-dziś, stąd jest zbieżny z dążeniem Łukasiewicza do usunięcia z zakresu tego, co kodyfikuje logika, niektórych praw rozumowania. Dwa ostatnie fakty ilustrują swoistość bezpiecznego sposobu wnioskowania.

6. Wnioski z poprzedniego punktu wskazują na to, że powyższa realizacja PPŁ w wielu aspektach nie prowadzi do logiki istotnie różnej od logiki klasycznej. W zasadzie jedynie konsekwencja C_1 jest dla tej logiki swoista. Pozostałe jej elementy bądź nie posiadają wartości użytkowej, tak jak pusty zbiór wyrażeń uznanych, bądź sprowadzają się do logiki klasycznej, tak jak konsekwencje C_2 i C_3 oraz ich szczególne przypadki.

Od logiki klasycznej system Ł różni się przede wszystkim w warstwie metalogicznej, posiadając poza wyrażeniami uznanymi i wyrażeniami odrzuconymi, także formuły, w stosunku do których nasz sąd zawieszamy, oraz trzy rodzaje operacji konsekwencji. Jednakże ze względu na klasyczność znaczeń funktorów logiki Ł, konsekwencje te nadal pozostają klasyczne, będąc dwuwartościowe logicznie.

System Ł, będąc w tym sensie konserwatywną modyfikacją KRZ, umożliwia w stosunkowo prosty sposób (małym kosztem) wyrażenie w swym formalizmie niektórych intuicji związanych z niezdeterminowaniem przyszłości. Prostota ta wynika z ekstensjonalności jego funktorów.

Otwarte pozostaje zagadnienie, czy można w odmienny sposób zrealizować PPŁ oraz jaka jest wartość poszczególnych realizacji. W szczególności warto by porównać w aspekcie zgodności z PPŁ logikę Ł z pierwotnym systemem Łukasiewicza oraz z innymi jego modyfikacjami, np. czterowartościową logiką Borkowskiego[19], logiką superwaluacji B. van Fraassena (zgodnie z sugestią S. Haack)[20] i logiką K. R. Seeskina.[21]

---

[19] Tamże.

[20] Po lekturze „Uwag o logice trójwartościowej" nie potrafię stwierdzić, czym różni się system zaproponowany przez Bigaja od tak właśnie zastosowanej logiki superwaluacji. Jeśli jakaś różnica faktycznie ma miejsce, również logika Bigaja jest konkurentką systemu Ł.

[21] K. R. Seeskin, „Many-valued Logic and Future Contingencies", *Logique et Analyse* 14(1971), s. 759—773.